



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DO CABO DE SANTO AGOSTINHO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FÍSICA

Gilderlan de Almeida Araújo

**Propagação de impulsos neurais em cadeias de neurônios em regime de excitação
sub-limiar**

Cabo de Santo Agostinho - PE

2025

Gilderlan de Almeida Araújo

Propagação de impulsos neurais em cadeias de neurônios em regime de excitação sub-limiar

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física, Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho, da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Física.

Área de Concentração: Optoeletrônica

Orientador: Prof. Dr. Marcos Cesar Santos Oriá

Coorientadora: Prof. Dra. Amanda Souza de Paula

Cabo de Santo Agostinho - PE

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca da UACSA, Cabo de Santo Agostinho - PE, Brasil.
Bibliotecária – Rosimeri Gomes Couto – CRB-4/1395

A663p Araújo, Gilderlan de Almeida.
 Propagação de impulsos neurais em cadeia de neurônios em
 regime de excitação sub-limiar. / Gilderlan de Almeida Araújo. – Cabo
 de Santo Agostinho, 2025.
 207 f. : il.

 Orientador: Marcos César Santos Oriá.
 Coorientadora: Amanda Souza de Paula.
 Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia
 Física) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Unidade
 Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho, 2025.
 Inclui referência.
 Inclui apêndice.

 1. Redes neuronais. 2. Hindmarsh-Rose. 3. Acoplamento
 unidirecional. 4. Regime sub-limiar. I. Oriá, Marcos César Santos,
 orient. II. Paula, Amanda Souza de, coorient. III. Título.

CDD 620.5

GILDERLAN DE ALMEIDA ARAÚJO

Propagação de impulsos neurais em cadeias de neurônios em regime de excitação sub-limiar.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física da Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho da Universidade Federal Rural de Pernambuco para obtenção do título de Mestre em Engenharia Física.

Aprovada em: 05 de Agosto de 2025.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcos Cesar Santos Oriá

Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE

Orientador

Prof. Dr. Pablo Ariel Monzón Rangeloff

Universidad de La República Uruguay - UDELAR

Examinador externo

Prof. Dr. Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi

Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE

Examinador interno

Dedico esta dissertação a todas as pessoas que estiveram ao meu lado durante essa longa e dolorosa caminhada. Aqueles que verdadeiramente me conhecem, e que me sustentaram nos momentos em que pensei em desistir, sabem o quanto essa conquista foi difícil. Muitos, infelizmente, tentaram tornar esse percurso ainda mais árduo. Mas o menino simples, de família humilde, vindo de Miguel Pereira do Mauro, interior de Russas, Ceará — sempre desacreditado —, que nunca imaginou se formar em Física, e muito menos alcançar o título de mestre em Engenharia Física, está aqui. Só eu sei o quanto custou resistir às crises de ansiedade, à depressão e a tantas adversidades que enfrentei. Hoje, com orgulho e cicatrizes, registro esta conquista como um marco pessoal de superação. Deixo aqui registrado que não precisamos de quem nos afunde ou minimize nossas lutas — precisamos de quem nos escute, nos acolha e nos fortaleça. A cada passo difícil, encontrei em mim mesmo a força que muitos tentaram apagar. E é por isso que estou aqui: por mim, pelos que torceram sinceramente e por todos que carregam na alma as cicatrizes como medalhas de uma batalha silenciosa — porém grandiosamente vitoriosa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a toda a minha família, base essencial em cada passo desta caminhada.

À minha mãe, Maria Consuelo de Almeida, por estar ao meu lado mesmo à distância. Sei o quanto foi difícil para você acompanhar tudo de longe e, ainda assim, nunca deixou de torcer por mim com todo o seu amor e apoio incondicional.

Aos meus irmãos Naninha, Gilvan e Maria, pelo carinho e força que me deram cada um à sua maneira. Aos meus queridos sobrinhos, Evinha e Marcos Guilherme que amo imensamente e de quem sinto muita saudade. Ao meu cunhado Daniel pelo companheirismo, e aos meus tios Batata e Maria doCarmo, cuja presença, mesmo à distância, carrego com muito afeto. Sinto saudades de todos vocês.

Agradeço em especial à Glória Angélica, que faz parte diretamente da minha vida há muito tempo, deixando marcas profundas de afeto, companheirismo e aprendizado; sua presença foi significativa em muitos momentos, e sou grato por tudo o que compartilhamos ao longo dessa trajetória. Estendo esse agradecimento ao seu pai João Filho, o Xingú, a quem tenho o privilégio de considerar como um segundo pai, tenho um enorme carinho e respeito por você, por tudo que representa e pela forma acolhedora com que sempre me tratou. Ambos ocupam um lugar muito especial no meu coração. Gostaria também de expressar minha profunda gratidão ao Elvis e à Kelvinha, assim como a toda a sua família, que estiveram ao meu lado e me ajudaram durante toda essa jornada. O apoio de vocês foi fundamental para superar os desafios, e sempre me senti acolhido pelo carinho, pela generosidade e pela amizade sincera que me ofereceram. Sou muito grato por poder contar com pessoas tão especiais, que fizeram toda a diferença no meu caminho.

Agradeço, com todo o meu coração, à minha querida amiga Aline Paiva, uma pessoa simplesmente maravilhosa, que ocupa um lugar imenso na minha vida. É difícil encontrar palavras que expressem o quanto você é especial para mim. Sua amizade sincera, seu carinho e sua forma única de estar presente fizeram toda a diferença na minha trajetória. Aline, eu te amo profundamente como amiga, e sou grato por cada gesto, cada palavra e cada momento que compartilhamos. Sua luz e sensibilidade tocaram minha vida de um jeito que levarei comigo para sempre. Ter você ao meu lado é um dos maiores presentes que essa caminhada me proporcionou.

Agradeço ao meu grande amigo Felipe, o Vovô, um irmão que a vida me deu durante a graduação em Física e que carrego comigo desde então. Mais do que um amigo, ele se tornou parte da minha família, alguém com quem compartilhei risos, dores, dúvidas e conquistas. Sua lealdade, seu companheirismo e o jeito único de estar presente nos momentos certos fizeram toda a diferença

nessa caminhada. Vovô, você é um irmão querido pra caralho, e sou imensamente grato por ter você na minha vida.

Agradeço, de coração, à minha querida amiga Mayara Fonseca, por nunca ter soltado a minha mão, mesmo nos momentos mais difíceis. Sempre do seu jeito — único e verdadeiro — estive ao meu lado oferecendo apoio, escuta e amizade genuína. Desde os tempos da graduação em Física até aqui, sua presença foi um alívio, uma força silenciosa que me ajudou a continuar quando tudo parecia desabar. Sou profundamente grato por tudo que vivemos juntos e por tê-la comigo em cada etapa desta jornada.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão ao meu orientador de graduação, Dr. Bruno Abbagaro, que me auxiliou imensamente ao longo dessa jornada. Seus conselhos foram fundamentais para minha decisão de seguir o mestrado, e sou muito grato pelas diversas conversas que tivemos, nas quais sempre me apoiou com atenção e dedicação.

Agradeço com muito carinho às minhas amigas do jogo *March of Empire* Ana e Joice Heringer, mesmo sem nunca termos nos encontrado pessoalmente, sou profundamente grato pela amizade verdadeira que construímos ao longo do tempo. A presença e o apoio de vocês, mesmo à distância, foram importantes para mim, e guardo com muito afeto essa conexão especial que ultrapassa qualquer distância física.

Gostaria de agradecer aos meus amigos da equipe Os Sem Juízo, que tornaram essa caminhada muito mais leve e divertida. Em particular, agradeço ao Coção, meu amigo de trilhas de moto e da vida, pela parceria e pelo apoio constante. Também sou grato ao Samuel, o *Moto Loco*, ao seu pai Ricardo, ao Xaropinho, Leandro, e a toda a família, que sempre me apoiaram e acolheram com muito carinho.

Aos amigos que fiz durante o mestrado, deixo aqui minha mais profunda gratidão. À Luluzinha, com quem compartilhei não apenas a caminhada acadêmica, mas também uma amizade verdadeira, daquelas raras, que se tornam abrigo nos dias nublados e celebração nos dias ensolarados. Sua presença foi um alicerce em meio às dificuldades, e a sua força, sua sensibilidade e seu jeito único de cuidar foram fundamentais para que eu não desistisse. Levo você comigo para a vida, com todo carinho e admiração.

Agradeço também a Wibson, Lucas Branco, Victor, Felipe e Stefany. Cada um de vocês, à sua maneira, contribuiu para tornar essa jornada mais leve e possível. Foram nas conversas descontraídas, nos desabafos espontâneos e nas pequenas vitórias compartilhadas que encontrei apoio, companheirismo e amizade. Vocês foram parte essencial do meu equilíbrio durante esse processo intenso e, por isso, sou imensamente grato.

Um agradecimento especial aos que me acolheram nos primeiros dias na UACSA, Allan e Alex.

Mais do que colegas foram companheiros de casa, de risos e de superações. Compartilhamos momentos bons, difíceis e inesperados — e cada um deles deixou marcas sinceras na minha memória e no meu coração. Dividir o mesmo teto com vocês durante parte do mestrado foi uma experiência única, que fez toda diferença no meu processo de adaptação e crescimento. Carrego comigo todos esses encontros como presentes que a vida acadêmica me proporcionou. Cada amizade construída foi um sopro de humanidade em meio ao rigor da ciência. Obrigado de verdade por fazerem parte da minha história.

Por fim mas de forma alguma menos importante, quero dedicar um agradecimento especial a uma pessoa que se tornou um dos maiores presentes que o mestrado me deu. Alguém que apareceu no segundo semestre, quando a jornada já estava árdua, e trouxe com ela luz, força e acolhimento. Silvana, Siu, você chegou devagar com seu jeito único e generoso e em pouco tempo se fez presença constante, firme, linda. Se existe sorte nesta vida, acredito de verdade que gastei toda a minha quando te encontrei. Desde então, você tem sido minha companheira de todas as horas — nos risos e nas lágrimas, no cansaço e nas conquistas, nos silêncios e nas palavras certas, sempre ao meu lado. Tornou-se mais do que uma amiga: tornou-se um pedaço de mim. Sei o quanto essa caminhada foi difícil pra você. Eu vi de perto suas batalhas, suas renúncias, o peso que muitas vezes carregou sozinha. E mesmo assim, você me estendeu a mão, dividiu comigo sua força, sua esperança, sua coragem. Nunca me deixou para trás, nunca hesitou em me incluir, em me lembrar do meu valor. Você me levou junto, mesmo quando mal conseguia seguir sozinha — e isso, Siu, é algo que nunca vou esquecer. Você é uma mulher extraordinária. Uma uruguaia arretada, sensível, inteligente e intensa, que me mostrou o verdadeiro significado de parceria. Seu coração é casa, sua amizade é abrigo. Te amo profundamente, e sou grato por cada instante que dividimos — pelas conversas longas, pelos olhares que diziam tudo, pelos cafés, pelos silêncios confortáveis, pelos desabafos sinceros. Obrigado por ter escolhido fazer esse mestrado aqui. Obrigado por me permitir caminhar ao seu lado. Obrigado por existir e por fazer da minha trajetória algo mais leve, mais bonito, mais suportável. Você é única, especial, inesquecível — e sempre será uma das partes mais importantes dessa história que escrevi com tanto esforço e verdade.

Gostaria de agradecer ao professor Fernando, que foi meu professor no ensino médio e apesar do tempo sem contato tive a alegria de reencontrá-lo agora, no final do curso, e pude reconhecer o quanto sua influência foi importante na minha trajetória. Esse reencontro trouxe um significado especial e reforçou minha gratidão pelo papel que ele desempenhou na minha formação.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Marcos Cesar Santos Oriá, e à minha coorientadora, Prof. Dra. Amanda Souza de Paula, pela orientação prestada ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física, pelas contribuições acadêmicas e pelo incentivo ao pensamento crítico e científico.

Agradeço ainda à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FAPESP) pelo apoio financeiro que possibilitou minha dedicação integral à pesquisa.

“As pessoas só irão entender umas as outras quando sentirem a mesma dor.”

(Pain (Nagato) - personagem do anime Naruto.)

RESUMO

Este trabalho investiga a propagação de impulsos neurais em redes de neurônios acoplados em regime *sub-limiar*, utilizando o modelo de *Hindmarsh–Rose* para descrever a dinâmica neuronal. Por meio de simulações numéricas, examina-se como diferentes configurações de acoplamento, tanto elétrico quanto químico, influenciam a propagação de sinais na rede, sua evolução temporal e o limiar de excitação dos neurônios. Os resultados demonstram que o acoplamento pode sustentar a propagação de impulsos em neurônios submetidos a correntes sub-limiares. Investigou-se, ainda, o papel do ruído na propagação desses impulsos, observando-se que a adição de ruído pode facilitar ou dificultar a propagação, dependendo de sua intensidade e das condições de acoplamento. Este estudo evidencia como a estrutura de conexão e o ruído afetam o funcionamento neuronal em condições abaixo do regime oscilatório. Os resultados obtidos contribuem para a compreensão dos mecanismos neurais envolvidos na transmissão de sinais pelo sistema nervoso e para o desenvolvimento de modelos computacionais aplicados a redes neurais artificiais.

Palavras-chave: propagação de impulsos neurais; regime sub-limiar; modelo *Hindmarsh–Rose*

ABSTRACT

This study investigates the propagation of neural impulses in networks of coupled neurons operating in a *subthreshold* regime, using the *Hindmarsh–Rose* model to describe neuronal dynamics. Through numerical simulations, it examines how different coupling configurations, both electrical and chemical, influence signal propagation within the network, its temporal evolution, and the neurons' excitation threshold. The results show that coupling can sustain impulse propagation in neurons subjected to subthreshold currents. Additionally, the role of noise in impulse propagation was analyzed, revealing that noise can either facilitate or hinder propagation depending on its intensity and the coupling conditions. This study highlights how both the connection structure and noise affect neuronal functioning under conditions below the oscillatory regime. These findings contribute to understanding neural mechanisms involved in signal transmission in the nervous system and to the development of computational models for artificial neural networks.

Keywords: neural impulse propagation; subthreshold regime; Hindmarsh–Rose model

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática das divisões neurológicas. (a) Sistema nervoso. (b) Sistema nervoso central. (c) Sistema nervoso periférico.	34
Figura 2 – Algumas partes importantes na estrutura do SNC.	35
Figura 3 – Esquema das principais partes do neurônio.	36
Figura 4 – O potencial de membrana da célula resulta da separação de cargas líquidas positivas e negativas em ambos os lados da membrana. O excesso de íons positivos no exterior da membrana e de íons negativos no interior representa uma pequena fração do número total de íons dentro e fora da célula em repouso.	37
Figura 5 – Fases do potencial de ação: despolarização com entrada de Na^+ , repolarização com saída de K^+ e restauração do potencial de repouso pela bomba Na^+/K^+	38
Figura 6 – Bomba de sódio-potássio: Este dispositivo é responsável por preservar as diferenças de concentrações dos íons, indispensáveis na determinação do potencial de ação.	39
Figura 7 – Funcionamento de uma sinapse transmitindo um sinal por meio de neurotransmissores.	40
Figura 8 – Diagrama esquemático de uma sinapse elétrica, mostrando a conexão direta entre neurônios por meio de junções comunicantes <i>gap junctions</i> , que permitem a transmissão rápida de sinais elétricos	41
Figura 9 – Sinapses químicas, toda a corrente injetada na célula pré-sináptica se dissipa no fluido extracelular. No entanto, a despolarização resultante da membrana pré-sináptica pode gerar um potencial de ação, levando à liberação de moléculas de neurotransmissores, que se ligam a receptores na célula pós-sináptica. Essa ligação abre canais iônicos, iniciando uma alteração no potencial de membrana da célula pós-sináptica.	42
Figura 10 – Representação esquemática dos três regimes de atividade neural.	43
Figura 11 – Circuito elétrico do modelo de Hodgkin-Huxley(HH)	45
Figura 12 – Condutâncias iônicas subjacentes ao Potencial de Ação. Valores obtidos experimentalmente por HH. A condutância g representa a condutância da membrana durante Potencial de Ação prolongado.	46
Figura 13 – Circuito elétrico do modelo de <i>Integrate-and-Fire</i> (IF)	47
Figura 14 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$ e $y(t)$ de um neurônio Izhikevich isolado, simulado com a Eq.11.	49

Figura 15 – Representação da Dinâmica de um Neurônios Simples Hindmarsh-Rose	52
Figura 16 – Trajetória do sistema para $I = 1,31$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.	54
Figura 17 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição.	55
Figura 18 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição	56
Figura 19 – Trajetória do sistema para $I = 1,33$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.	56
Figura 20 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição	57
Figura 21 – Trajetória do sistema para $I = 3,6$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.	57
Figura 22 – Série temporal da variável x_1 de um neurônio modelado pelo sistema de Hindmarsh-Rose para diferentes valores do parâmetro r . Cada sub-figura representa a dinâmica do potencial de membrana para um valor fixo de r e corrente de entrada I : (A) $r = 0,001$, $I = 1,260$; (B) $r = 0,002$, $I = 1,268$; (C) $r = 0,003$, $I = 1,277$; (D) $r = 0,004$, $I = 1,287$. Observa-se que o aumento de r resulta em uma frequência maior de disparos, indicando menor limiar para o início da atividade oscilatória.	59
Figura 23 – Série temporal da variável x_1 de um neurônio modelado pelo sistema de Hindmarsh-Rose para diferentes valores do parâmetro r . Cada subfigura mostra a dinâmica do potencial de membrana com diferentes valores de r e corrente de entrada I : (A) $r = 0,005$, $I = 1,300$; (B) $r = 0,006$, $I = 1,320$; (C) $r = 0,007$, $I = 1,331$; (D) $r = 0,008$, $I = 1,332$. Nota-se que o aumento de r está associado a uma maior frequência de disparos, indicando que o parâmetro atua na sensibilidade do neurônio à corrente de entrada.	60
Figura 24 – Representação esquemática do acoplamento unidirecional: o neurônio N_1 envia sinais a N_2 , mas não recebe influência de volta.	62
Figura 25 – As curvas características do acoplamento químico para $\theta = 0.25$	65
Figura 26 – Topologia da rede Unidimensional com dez neurônios	66

Figura 27 – Topologia da rede de cinco neurônios	67
Figura 28 – Séries temporais dos neurônios n_1 a n_5 do oscilador Hindmarsh-Rose, com corrente $I_0 = 1,31$ aplicada ao neurônio n_1 (regime supra-limiar) e corrente constante $I_{sth} = 1,29$ para os neurônios n_2 a n_5 (regime sub-limiar), sob acoplamento elétrico $g_e = 1,0$. O acoplamento permite a propagação da atividade oscilatória iniciada em n_1 , excitando os neurônios seguintes mesmo abaixo do limiar individual, caracterizando a transferência e sustentação coletiva do sinal na rede.	71
Figura 29 – Séries temporais dos neurônios n_6 a n_{10} do oscilador Hindmarsh-Rose, mantendo os parâmetros anteriores. Observa-se uma supressão temporária da atividade nos neurônios n_6 e n_7 , seguida pelo fenômeno de renascimento da oscilação a partir do neurônio n_8 , onde a atividade é restaurada espontaneamente. Esse fenômeno evidencia a resiliência dinâmica da rede, na qual a interação coletiva entre neurônios pode reorganizar a atividade e restabelecer o regime oscilatório mesmo após falhas locais temporárias.	72
Figura 30 – Amplitude da variável $x(t)$ em função do número de neurônio em uma rede unidimensional.	72
Figura 31 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	75
Figura 32 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	76
Figura 33 – Relação entre a corrente I_{sth} e o acoplamento g_e	77
Figura 34 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,3$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	79
Figura 35 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,3$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e parâmetro $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	79

Figura 36 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	81
Figura 37 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e parâmetro $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	81
Figura 38 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	83
Figura 39 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	83
Figura 40 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_c para diferentes λ	84
Figura 41 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_e para diferentes λ	86
Figura 42 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	87
Figura 43 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	88
Figura 44 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	89
Figura 45 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_c para diferentes λ	90
Figura 46 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 7.5$	93

Figura 47 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 2.5$	94
Figura 48 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 5.0$	94
Figura 49 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 7.5$	95
Figura 50 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 10.0$	96
Figura 51 – Relação entre a corrente I_{sth} e o fator de acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $g_c = 0.6$, para diferentes valores de λ	96
Figura 52 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-3}$)	98
Figura 53 – Distribuição de I_1 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-2}$)	98
Figura 54 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-1}$)	99
Figura 55 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^0$)	100
Figura 56 – topologia da rede de Quatro neurônios	101
Figura 57 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-3}$ e $g_e = 1.0$	104
Figura 58 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-2}$ e $g_e = 1.0$	105
Figura 59 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-1}$ e $g_e = 1.0$	106
Figura 60 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^0$ e $g_e = 1.0$	107
Figura 61 – SNR para diferentes valores de Ruído	108
Figura 62 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	109
Figura 63 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$	110
Figura 64 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$	111
Figura 65 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^0$ e $g_c = 1.0$	112
Figura 66 – SNR para diferentes valores de Ruído - Neurônio 1 com $\lambda = 2.5$	114
Figura 67 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 2.5$	114

Figura 68 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 7.5$	116
Figura 69 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 10.0$	117
Figura 70 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 2.5$	118
Figura 71 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 7.5$	119
Figura 72 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 10$	119
Figura 73 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.2$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	126
Figura 74 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.2$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	127
Figura 75 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.3$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	128
Figura 76 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.3$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	128
Figura 77 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	129
Figura 78 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	129
Figura 79 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.6$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	130
Figura 80 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.6$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	130
Figura 81 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.5$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	131

Figura 82 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.5$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	131
Figura 83 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 2.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	132
Figura 84 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 2.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e	132
Figura 85 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,3$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	133
Figura 86 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e parâmetro $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	134
Figura 87 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,1$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	134
Figura 88 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,1$ e parâmetro $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	135
Figura 89 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	135
Figura 90 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e parâmetro $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	136

Figura 91 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	136
Figura 92 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e parâmetro $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	137
Figura 93 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	137
Figura 94 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e parâmetro $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	138
Figura 95 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	138
Figura 96 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	139
Figura 97 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,6$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	140
Figura 98 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,6$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	140

Figura 99 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	141
Figura 100 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	141
Figura 101 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	142
Figura 102 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c	142
Figura 103 – Oscilação auto-sustentada: a série temporal $x(t)$ e o espaço de fase $(x, \dot{x})$ com o ciclo limite estável. As três trajetórias foram obtidas a partir de diferentes condições iniciais, todas convergindo para o mesmo ciclo limite.	144
Figura 104 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 2.5$	144
Figura 105 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 5.0$	145
Figura 106 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 10.0$	145
Figura 107 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$.	148
Figura 108 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$.	149
Figura 109 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$.	150
Figura 110 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$. .	151

Figura 111–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 152
Figura 112–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$	. 153
Figura 113–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$	. 154
Figura 114–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$	. . 155
Figura 115–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 156
Figura 116–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$	. 157
Figura 117–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$	. 158
Figura 118–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$	. . 159
Figura 119–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 160
Figura 120–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 161
Figura 121–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 162
Figura 122–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 163
Figura 123–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$	. 164
Figura 124–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$	. 165
Figura 125–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$	. 166
Figura 126–Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$	. . 167

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação (1)	37
Equação (2)	41
Equação (3)	42
Equação (4)	43
Equação (5)	43
Equação (6)	45
Equação (7)	45
Equação (8)	45
Equação (9)	46
Equação (10)	47
Equação (11)	48
Equação (12)	48
Equação (13)	50
Equação (14)	50
Equação (15)	50
Equação (16)	50
Equação (17)	51
Equação (18)	51
Equação (19)	51
Equação (20)	51
Equação (21)	51
Equação (22)	51
Equação (23)	51
Equação (24)	58
Equação (25)	62
Equação (26)	63
Equação (27)	63
Equação (28)	64
Equação (29)	64
Equação (30)	64
Equação (31)	66
Equação (32)	67

Equação (33)	67
Equação (34)	68
Equação (35)	68
Equação (36)	68
Equação (37)	68
Equação (38)	69
Equação (39)	101
Equação (40)	102
Equação (41)	102
Equação (42)	102
Equação (43)	102
Equação (44)	103
Equação (45)	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas da cadeia de neurônios modelados por Hindmarsh-Rose.	53
Tabela 2 – Regimes de disparo do modelo de Hindmarsh-Rose para diferentes valores de corrente I	53
Tabela 3 – Limiares de disparo ($I_{disparo}$) para diferentes valores do parâmetro r no modelo Hindmarsh-Rose.	58
Tabela 4 – Resposta do sistema para diferentes valores de acoplamento elétrico (g_e).	74
Tabela 5 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 0,4$, em função de λ	78
Tabela 6 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 1,0$, em função de λ	80
Tabela 7 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 2,0$, em função de λ	82
Tabela 8 – Resposta do sistema para diferentes valores de acoplamento elétrico (g_e).	85
Tabela 9 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 0,4$	87
Tabela 10 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 1,0$	88
Tabela 11 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 2,0$	89
Tabela 12 – Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas.	91
Tabela 13 – Corrente mínima de limiar I_{sth} necessária para a propagação do sinal em função de λ e do fator de acoplamento químico $g_c = 0,6$	92
Tabela 14 – Corrente mínima de limiar I_{sth} necessária para a propagação do sinal em função de λ e do fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$	93
Tabela 15 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio em diferentes intensidades de ruído.	108
Tabela 16 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 2,5$	113
Tabela 17 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 7,5$	115
Tabela 18 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 10,0$	117

LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Inclinação da função sigmoide
θ	Limiar de ativação da sinapse
β	Intensidade do Ruído
ϵ	Distribuição normal padrão
Σ	somatória

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	30
1.1	OBJETIVOS	32
1.2	ESTRUTURA DESSA DISSERTAÇÃO	32
2	BASES DA NEUROCIÊNCIA	34
2.1	SISTEMA NERVOSO	34
2.2	NEURÔNIO BIOLÓGICO E SEUS COMPONENTES	35
2.3	POTENCIAL DE AÇÃO	36
2.4	TRANSMISSÕES SINÁPTICAS	39
2.4.1	Sinapses elétricas	40
2.4.2	Sinapses químicas	42
2.5	CLASSIFICAÇÃO DOS ESTÍMULOS NERVOSOS	43
3	MODELOS MATEMÁTICOS	44
3.1	MODELO DE HODGKIN E HUXLEY (HH)	44
3.2	MODELO <i>INTEGRATE-AND-FIRE</i> (IF)	46
3.3	MODELO DE IZHIKEVICH	48
3.4	MODELO DE HINDMARSH-ROSE (HR)	50
3.4.1	Dinâmica do modelo Hindmarsh-Rose	52
3.4.2	Espaço de variáveis xz	54
3.4.3	Análise do Parâmetro r em relação ao Limiar de Disparo I	58
4	ACOPLAMENTO ENTRE NEURÔNIOS	62
4.1	ACOPLAMENTO UNIDIRECIONAL	62
4.1.1	Acoplamento elétrico	63
4.1.2	Acoplamento Químico	64
4.2	TOPOLOGIA DAS REDES NEURAIS	66
4.2.1	Topologia Unidimensional para neurônios acoplados eletricamente	66
4.2.2	Topologia Unidimensional para neurônios acoplados Quimicamente	67
4.2.3	Topologia Bidimensional para neurônios acoplados eletricamente	67
4.2.4	Topologia Bidimensional para neurônios acoplados quimicamente	68
5	PROPAGAÇÃO EM REDES NEURAIS SUB-LIMIARES NO MODELO HR	70
5.1	REVIVAL DE OSCILAÇÕES EM REDES NEURAIS ACOPLADAS ELETRICAMENTE SOB CONDIÇÕES SUB-LIMILARES	70

5.2	ACOPLAMENTO ELÉTRICO UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_e COM SINAL EXTERNO.	74
5.3	ACOPLAMENTO QUÍMICO COM DIFERENTES VALORES DE λ UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_c COM CORRENTE DE EXCITAÇÃO EXTERNA	77
5.3.1	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 0.4$)	77
5.3.2	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 1.0$)	80
5.3.3	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 2.0$)	82
5.4	ACOPLAMENTO ELÉTRICO BIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_e COM SINAL EXTERNO	84
5.5	ACOPLAMENTO QUÍMICO COM DIFERENTES VALORES DE λ BIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_c COM SINAL EXTERNO	86
5.5.1	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 0.4$	86
5.5.2	Análise para $g_c = 0,4$	86
5.5.3	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 1.0$	87
5.5.4	Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 2.0$	88
5.6	TOPOLOGIA BIDIMENSIONAL EM REGIME DE AUTO-OSCILAÇÃO	91
5.6.1	Acoplamento químico com diferentes valores de λ para $g_c = 0.6$ sem excitação externa.	92
5.6.2	Acoplamento químico para $g_c = 1.0$ com corrente $I_0 = 0.0$ com diferentes valores de λ	92
6	PROPAGAÇÃO DE IMPULSOS EM REDES NEURAIS SUB-LIMIAR COM ADIÇÃO DE RUÍDO	97
6.1	ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE COM RUÍDO GAUSSIANO . . .	97
6.2	TOPOLOGIA UNIDIMENSIONAL	100
6.2.1	Análise do Sinal	102
6.2.2	SNR (Signal-to-Noise Ratio)	102
6.2.3	Acoplamento Elétrico $g_e = 1.0$, com excitação externa com ruído	103
6.2.4	Acoplamento Químico com sinal externo e diferentes valores de λ	109
6.2.4.1	Análise da propagação para $\lambda = 2.5$	109
6.2.4.2	Análise da propagação para $\lambda = 7.5$	115
6.2.4.3	Análise da propagação em função de $\lambda = 10.0$	117
6.2.5	Topologia Bidimensional com acoplamento Químico com excitação externa com ruído	118

7	CONCLUSÃO	121
	REFERÊNCIAS	123
	APÊNDICES	126
	APÊNDICE A – PROPAGAÇÃO EM REDES NEURAIS SUB-LIMIAR	
	NO MODELO HR	126
	APÊNDICE B – MÉTODOS NUMÉRICOS	146
	APÊNDICE C – PROPAGAÇÃO DE IMPULSOS EM REDES NEURAIS	
	SUB-LIMIAR COM ADIÇÃO DE RUÍDO	148
	APÊNDICE D – CÓDIGOS PYTHON	168

1 INTRODUÇÃO

As atividades físicas corporais consciente ou inconscientes são controladas pelo sistema nervoso. Ele é formado por bilhões de células nervosas: os neurônios, responsáveis por captar e transmitir informações provenientes do interior e do exterior do corpo humano. Essas células nervosas, juntamente com as musculares, possuem duas propriedades fisiológicas fundamentais: *excitabilidade* e *condutibilidade*, ou seja, a capacidade de reagir a estímulos e de transmitir esses estímulos sob a forma de impulsos eletroquímicos ao longo de suas membranas. A membrana das células nervosas possui propriedades elétricas que decorrem da organização molecular de seus componentes. Sua estrutura permite a ocorrência de variações de voltagem, produzidas pelo fluxo de íons através das membranas, o que torna essas células eletricamente excitáveis, conduzindo informações ao longo de seus prolongamentos.

O cérebro humano é a estrutura central do sistema nervoso, responsável por coordenar todas as atividades cognitivas, sensoriais, motoras e autônomas do organismo. Ele é composto por aproximadamente 86 bilhões de neurônios e possuem trilhões de conexões (sinapses), formando uma intrincada rede de comunicação eletroquímica que possibilita desde funções básicas, como a regulação da respiração, até capacidades cognitivas, como o raciocínio, a memória e a linguagem Azevedo *et al.*(2009). Os neurônios, possuem uma morfologia adaptada à recepção, processamento e transmissão de informações através da condução de impulsos elétricos. Estruturalmente, um neurônio é composto por três regiões principais: os dendritos, responsáveis pela recepção de sinais; o corpo celular (ou soma), onde ocorre a integração das informações; e o axônio, encarregado de propagar o impulso nervoso até outras células Kandel *et al.*(2013).

A comunicação entre neurônios ocorre nas sinapses, que podem ser químicas ou elétricas. Nas sinapses químicas, a informação é transmitida por neurotransmissores liberados na fenda sináptica, que se ligam a receptores pós-sinápticos e podem provocar efeitos excitatórios ou inibitórios, dependendo da natureza do neurotransmissor e dos canais ativados Purves *et al.* 2018. Já nas sinapses elétricas, o sinal elétrico passa diretamente de um neurônio a outro por meio de junções comunicantes, conhecidas como *gap junctions*, proporcionando uma comunicação mais rápida e contínua Bennett Michael V. L.; Zukin (2004). No estado de equilíbrio os neurônios estão eletricamente polarizados em relação ao meio exterior, a geração do chamado potencial de ação (impulso neural elétrico) ocorre quando o potencial de membrana ultrapassa um valor limiar, acima do potencial de equilíbrio levando a uma rápida despolarização, seguida por repolarização com uma breve hiperpolarização durante o chamado período refratário Hille (2001), Johnston Daniel; Wu (1995). Esses disparos elétricos (*spikes*), configuram-se em padrões de atividade que codificam informações no

sistema nervoso Rieke *et al.*(1999) Dayan Peter; Abbott (2001), Gerstner Wulfram; Kistler (2002).

O interesse em compreender tais fenômenos motivou o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de descrever a dinâmica elétrica e química dos neurônios. O mais completo é o modelo de *Hodgkin-Huxley* (HH), proposto em 1952, que descreve com precisão a variação do potencial de membrana em função da dinâmica dos canais iônicos de sódio (Na^+) e potássio (K^+), controlados por voltagem. A formulação desse modelo teve como base experimentos realizados no axônio gigante da lula Hodgkin e Huxley (1952). Além desse, modelos mais simples porém computacionalmente mais eficientes, também foram desenvolvidos e desempenham um papel importante na simulação e aplicação desses sistemas neurais. O modelo *Integrate-and-Fire* (IF), por exemplo, abstrai a dinâmica da membrana, modelizada como um capacitor que acumula carga até atingir um limiar de tensão, disparando um "potencial de ação", seguido de um *reset*. Apesar de sua simplicidade, o modelo IF é útil em simulações em larga escala por seu baixo custo computacional. Entre esses modelos de (IF), destaca-se o modelo *Izhikevich* (IZK), que combina a eficiência computacional dos modelos simplificados com a capacidade de reproduzir uma ampla gama de padrões de disparo neuronais observados biologicamente. Utilizando apenas uma equação diferencial, o modelo Izhikevich consegue representar dinâmicas como disparos regulares, *bursting*, oscilações e adaptação de forma realista Izhikevich (2003). O modelo de *Hindmarsh-Rose* (HR), utiliza três equações diferenciais não lineares acopladas para descrever regimes dinâmicos como oscilações periódicas, caóticas e de *bursting*, permitindo uma descrição realista e versátil da atividade neural).

Tipicamente o fenômeno de propagação de impulsos ocorre devido ao acoplamento entre neurônios, que permite a integração de múltiplos estímulos eventualmente fracos, provenientes de diferentes conexões sinápticas Brunel (2000) Izhikevich (2007). Nesta dissertação utilizamos o modelo de *Hindmarsh-Rose* (HR) para investigar a dinâmica da propagação de impulsos em redes neurais simples, com ênfase no regime sub-limiar. Ao contrário do regime supra-limiar, em que o estímulo recebido pelo neurônio é suficiente para desencadear potenciais de ação espontaneamente, no regime sub-limiar os neurônios, quando isolados, não disparam. No entanto, observamos que, em determinadas configurações de rede e sob condições específicas, os impulsos neurais podem se propagar mesmo com uma simples conexão unidirecional. Outro fator importante para a propagação de sinais no regime sub-limiar é a análise dos efeitos de ruído, que está presente em todo sistema real. Diferentemente da visão simplista de considera-lo apenas uma perturbação indesejável, estudos demonstram que, o ruído pode desempenhar um papel funcional na atividade neural. Um exemplo é o fenômeno da ressonância estocástica, no qual a adição de ruído ao sistema permite a amplificação e propagação de sinais fracos que, de outra forma, não seriam transmitidos Gammaitoni *et al.*(1998) McDonnell e Abbott (2009). Dessa forma, o ruído é incorporado como elemento realista na análise

da propagação sub-limiar, revelando sua relevância na modulação da excitabilidade e na transmissão de informações neurais.

Investigamos nesse trabalho condições para a propagação de impulsos neurais entre neurônios sub-limiais em redes unidimensionais e bidimensionais. Consideramos tanto configurações com o acoplamento elétrico (realizado por meio de junções do tipo *gap*) quanto com acoplamento químico (mediado por sinapses excitatórias). A análise é feita com e sem a adição de ruído branco gaussiano ao sistema. Nesse caso o objetivo de compreender como a presença de ruído influencia a dinâmica coletiva e favorece (ou inibe) a propagação de sinais em condições em que os neurônios estão submetidos a correntes sub-limiais. Os resultados obtidos evidenciam os mecanismos simples que sustentam a comunicação neural em configurações mínimas em termos de conexões e também em presença de ruído aplicado ao estímulo externo a rede. Esses resultados computacionais permitirão sua aplicação em estruturas neurais, explorando condições limites de operação, isto é no limite de excitação de corrente externa.

1.1 OBJETIVOS

A proposta envolve a implementação computacional das redes, o estudo da transmissão de sinais em condições sub-limiais, e a identificação de parâmetros e configurações que favorecem a propagação de impulsos mesmo na ausência de disparos espontâneos. Além disso, busca-se compreender como o ruído pode atuar como facilitador da comunicação neural por meio de mecanismos de flutuações estocásticas, eventualmente comparando comportamentos emergentes em arquiteturas unidimensionais e bidimensionais.

1.2 ESTRUTURA DESSA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos, além da introdução. Na introdução, é apresentado o contexto geral desse projeto de investigação, incluindo a motivação, os objetivos e a importância do estudo da propagação de impulsos em regime sub-limiar em redes neurais.

O Capítulo 1 é dedicado às Bases da Neurociência. Nele, são apresentados alguns conceitos da neurofisiologia, começando pela estrutura e funcionamento do sistema nervoso, a anatomia e os componentes do neurônio biológico; o mecanismo de geração e propagação do potencial de ação; e as transmissões sinápticas. São discutidas tanto as sinapses elétricas quanto as químicas, além da classificação dos estímulos nervosos, com destaque para as atividades supra-limiais e sub-limiais, que são centrais neste trabalho. O Capítulo 2 trata dos Modelos Matemáticos utilizados na descrição

matemática do comportamento neuronal. São apresentados modelos clássicos, como o de *Hodgkin-Huxley*, *Integrate-and-Fire* detalhado no modelo de *Izhikevich*. Em seguida, é introduzido com mais detalhes o modelo de *Hindmarsh-Rose* de três equações diferenciais não-lineares e apresentada a dinâmica que ele descreve para um neurônio. Este é o principal modelo utilizado nas simulações desenvolvidas nesta dissertação.

No Capítulo 3, discute-se o Acoplamento entre Neurônios. Inicialmente, são descritas as formas de acoplamento unidirecional elétrico e químico. Em seguida, são abordadas diferentes topologias de redes neurais que foram utilizadas nas simulações: redes unidimensionais com quatro e dez neurônios, e redes bidimensionais com cinco neurônios. Esse capítulo estabelece as bases para o estabelecimento das interações neuronais em redes mais complexas.

O Capítulo 4 é dedicado à Propagação de Impulsos em Redes Neurais Sub-limíares utilizando-se neurônios de *Hindmarsh-Rose*. Primeiramente é identificado um comportamento peculiar da modulação da amplitude do sinal em redes acopladas sob condições sub-limíares. Observa-se uma queda da amplitude para os primeiros neurônios da cadeia, depois a amplitude dos próximos neurônios volta ao nível característico, definido pelo sinal externo. Em seguida, são estudados os efeitos do nível do acoplamento elétrico e do nível e parâmetros do acoplamento químico, a propagação do sinal ao longo da rede. Também são investigadas configurações em topologia bidimensional, onde identificou-se regime de auto-oscilação. Analisamos então o efeito de parâmetros de acoplamento e corrente de entrada sobre a persistência dos impulsos na rede.

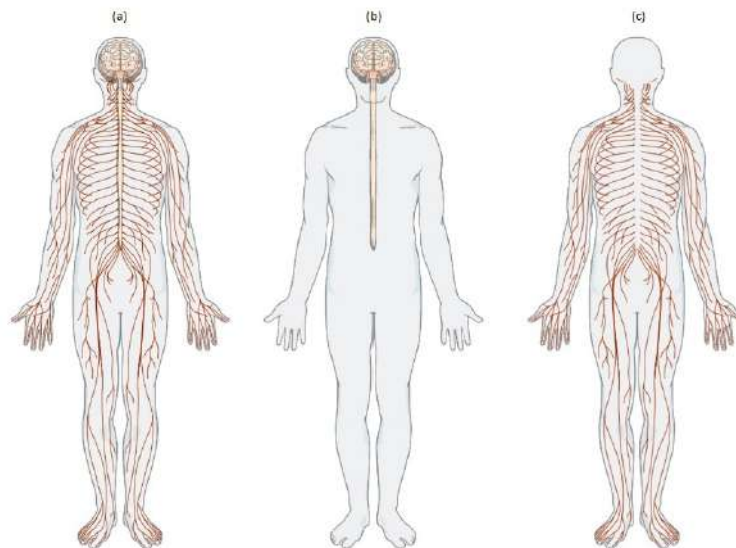
Por fim, o Capítulo 5 trata da Propagação de Impulsos em Redes Neurais Sub-limíares com Adição de Ruído. Iniciamos com uma análise para adição de ruído gaussiano no sinal incidente, em seguida apresentamos resultados da propagação desses sinais com ruído em redes unidimensionais e bidimensionais. Para diferentes valores do parâmetro de intensidade de ruído (β), são avaliadas condições sob as quais o ruído pode facilitar a transmissão dos impulsos.

2 BASES DA NEUROCIÊNCIA

2.1 SISTEMA NERVOSO

O sistema nervoso, conforme ilustrado na Figura 1 (a), é dividido em duas partes: o Sistema Nervoso Central (SNC) 1(b) e o Sistema Nervoso Periférico (SNP) 1(c) Lent (2004), Kandel *et al.*(2014). Cada um desempenha funções biológicas distintas. O SNP é responsável por captar e transmitir estímulos ao SNC, além de conduzir as respostas deste para diferentes meios, sejam eles internos ou externos ao organismo. O SNC, por sua vez, é responsável por processar as informações dos estímulos do meio.

Figura 1 – Representação esquemática das divisões neurológicas. **(a)** Sistema nervoso. **(b)** Sistema nervoso central. **(c)** Sistema nervoso periférico.

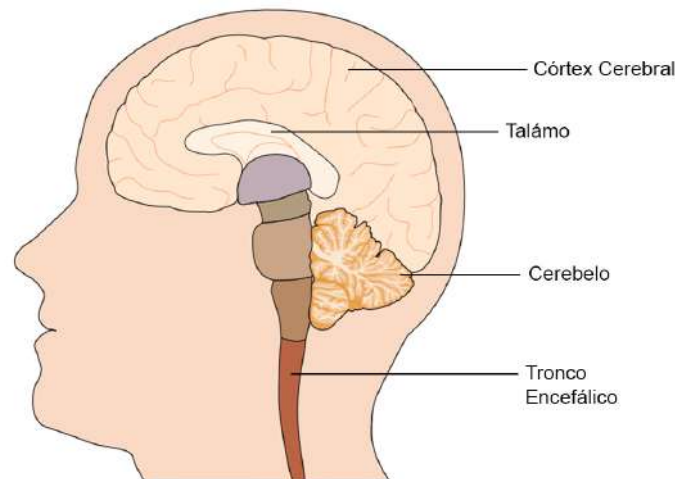


Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

O SNC está localizado no encéfalo e na medula espinhal, sendo protegido pela caixa craniana e pelo canal vertebral conforme mostrado na figura 2. O encéfalo, é formado por três estruturas principais: o cérebro, o cerebelo e o tronco encefálico. O cérebro, a maior e mais complexa dessas estruturas, sendo responsável por processar informações sensoriais e executar funções cognitivas avançadas, como raciocínio, memória e tomada de decisões. Sua camada externa, o córtex cerebral, é a responsável por essas funções, além de ser crucial para a percepção sensorial, como visão, audição, paladar e tato Kandel *et al.*(2013). O cerebelo, localizado na parte posterior e inferior do encéfalo, é fundamental para a coordenação motora e o equilíbrio corporal, ajustando e refinando os movimentos. O tronco encefálico, situado na base do encéfalo, conecta a medula espinhal ao cérebro e desempenha um papel vital no controle de funções automáticas e essenciais para a sobrevivência,

como a respiração, os batimentos cardíacos e os reflexos Kandel *et al.*(2014) . Essas estruturas trabalham de maneira integrada, garantindo a transmissão e o processamento eficaz das informações entre o corpo e o cérebro, essencial para o funcionamento adequado do organismo.

Figura 2 – Algumas partes importantes na estrutura do SNC.



Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

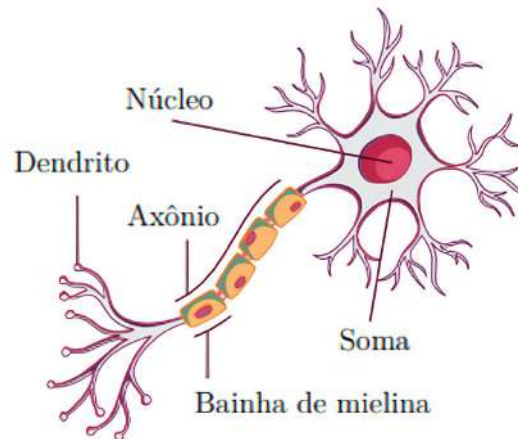
O Sistema Nervoso Periférico (SNP) conecta o SNC ao resto do corpo, sendo essencial para a transmissão de informações sensoriais e motoras entre o cérebro, a medula espinhal e os órgãos periféricos. O SNP é composto por nervos cranianos e espinhais, que atuam tanto na percepção sensorial quanto na execução de movimentos voluntários e involuntários. Em particular, o sistema somático controla os movimentos voluntários, enquanto o sistema autonômico regula funções involuntárias, como a frequência cardíaca e a respiração Kandel *et al.*(2013).

2.2 NEURÔNIO BIOLÓGICO E SEUS COMPONENTES

O neurônio, unidade funcional básica do SNC, apresenta uma grande variedade de formas e tamanhos. O neurônio é constituído de um corpo celular com núcleo e fibras finas que se prolongam a partir do corpo celular Kandel *et al.*(2013). A figura 3 ilustra as estruturas de um neurônio biológico.

Os neurônios podem ser divididos em quatro partes principais, como mostrado na Figura 3: dendritos, soma, axônio e terminais. Cada uma dessas estruturas desempenha uma função específica na

Figura 3 – Esquema das principais partes do neurônio.



Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

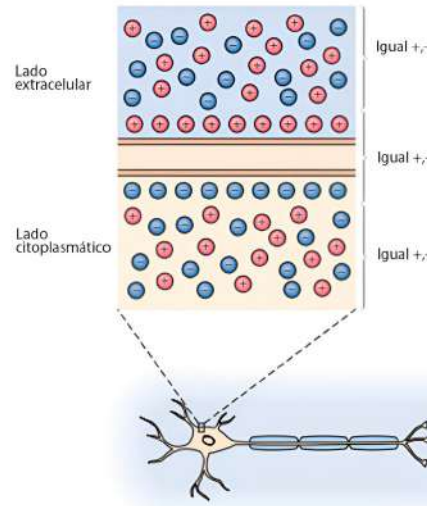
transmissão da informação dentro do sistema nervoso, estando todas relacionadas com a membrana celular Kandel *et al.*(2013). Essas células apresentam uma estrutura complexa e bem organizada, que permite a comunicação eficiente entre diferentes partes do corpo. A transmissão da informação começa nos dendritos, que são prolongamentos da membrana com aparência ramificada, por isso também chamados de árvore dendrítica. Eles se estendem a partir do soma, ou corpo celular, e têm como função principal receber sinais de outras células. O sinal recebido pelos dendritos é então direcionado ao soma, onde está localizado o núcleo da célula. É no soma que ocorre a integração das informações, ou seja, ele reúne todos os estímulos recebidos para que sejam processados. Quando os estímulos atingem uma determinada intensidade, é gerado um sinal que parte de uma região conhecida como cone de implantação, situada entre o soma e o axônio. A partir desse ponto, o sinal é conduzido ao longo do axônio, uma extensão especializada em levar informações a grandes distâncias dentro do corpo. Esse processo garante que a informação percorra o axônio de forma rápida e eficiente Kandel *et al.*(2013). O sinal chega então aos terminais, que são as extremidades do axônio. É nessa região que ocorre a conversão do sinal em uma forma que possa ser transmitida à célula seguinte, dando continuidade ao processo de comunicação Purves *et al.*(2018).

2.3 POTENCIAL DE AÇÃO

Em seu estado de repouso uma célula nervosa apresenta um excesso de cargas negativas no seu interior em relação ao meio externo. Essa distribuição de cargas é mantida porque a bicamada lipídica da membrana impede a livre difusão de íons. Como resultado, estabelece-se uma diferença de potencial elétrico conhecida como potencial de membrana, mostrado na Figura 4. Em seres humanos, esse potencial está entre -40 mV e -80 mV, definido pelas concentrações de íons, especialmente

sódio (Na^+), potássio (K^+) além de, cloro (Cl^-), cálcio (Ca^{2+}) e ânions orgânicos (A^-) BEAR M. F.; CONNORS (2017).

Figura 4 – O potencial de membrana da célula resulta da separação de cargas líquidas positivas e negativas em ambos os lados da membrana. O excesso de íons positivos no exterior da membrana e de íons negativos no interior representa uma pequena fração do número total de íons dentro e fora da célula em repouso.



Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

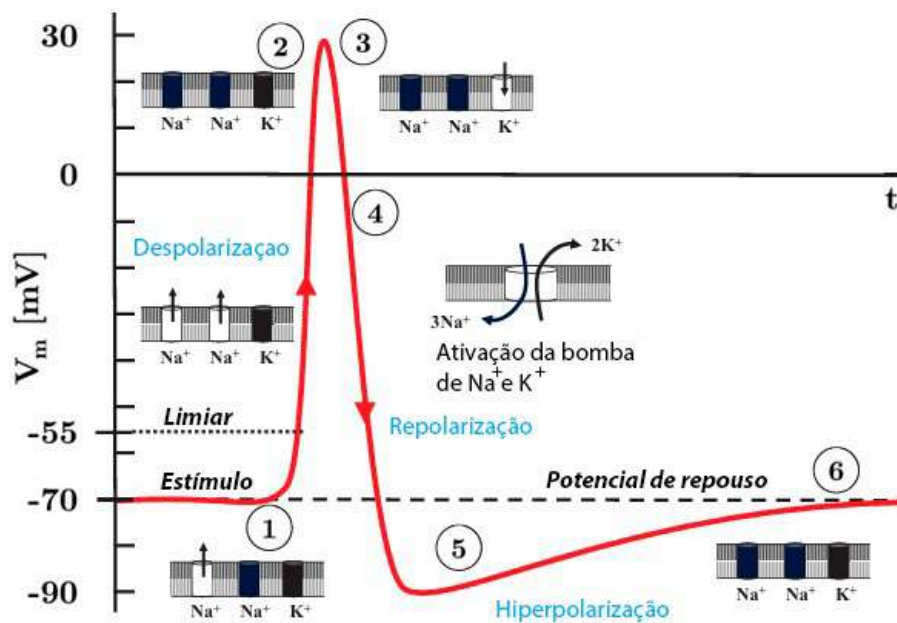
O *potencial de membrana* é toda diferença de potencial elétrico aferida entre os meios intra e extracelular, num ponto fixo ao longo do tempo, da membrana celular.

$$V_m = V_{intra} - V_{extra} \quad (1)$$

O *potencial de ação* é uma alteração rápida na polaridade dessa tensão, de negativa para positiva e depois novamente para negativa, que se propaga através de uma onda por toda a extensão da membrana celular, Analisando a Figura 5, por etapas, temos:

Na **etapa 1**, observa-se o *potencial de repouso* da membrana, com valores em torno de -70 mV. Esse estado é mantido por uma distribuição assimétrica de íons: há maior concentração de Na^+ no meio extracelular e de K^+ no meio intracelular. Tal diferença é sustentada principalmente pela ação da bomba de sódio e potássio, que transporta $3Na^+$ para fora e $2K^+$ para dentro da célula. Quando a corrente é suficientemente para ultrapassar o *limiar de excitação*, inicia-se a **etapa 2**, caracterizada pela *despolarização* da membrana. Nessa fase, canais de Na^+ se abrem rapidamente, permitindo a entrada desses íons na célula e tornando seu interior mais positivo. A **etapa 3** corresponde ao pico do potencial de ação, quando o potencial atinge valores positivos, em torno de $+30$ mV. Na sequência, ocorre a **etapa 4**, que marca o início da *repolarização*. Os canais de Na^+ se fecham, enquanto os canais de K^+ se abrem, permitindo a saída desses íons e promovendo o retorno da negatividade ao interior celular. A **etapa 5** é a da *hiperpolarização*, na qual o potencial de membrana se torna

Figura 5 – Fases do potencial de ação: despolarização com entrada de Na^+ , repolarização com saída de K^+ e restauração do potencial de repouso pela bomba Na^+/K^+ .

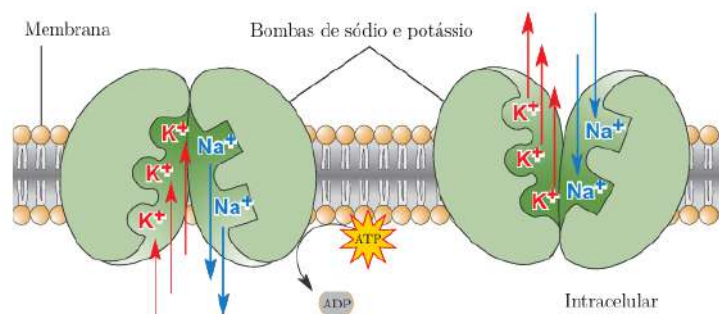


Fonte: adaptado de Caballero e Martínez 2019.

momentaneamente mais negativo que o valor de repouso, devido ao fechamento lento dos canais de K^+ . Por fim, na **etapa 6**, a *bomba de sódio e potássio* é reativada, restabelecendo gradualmente as concentrações iônicas originais e levando a membrana de volta ao *potencial de repouso*, encerrando assim o ciclo do potencial de ação. Com isso, o potencial de ação é o potencial de membrana variando ao longo da membrana e propagando de acordo com a dinâmica elétrica da célula. O potencial de ação é também chamado de impulso nervoso e um ciclo completo dura cerca de 1 a 3 milissegundos Bear M.F;Connors (2017). Esse ciclo envolve a despolarização (entrada de íons sódio e inversão da polaridade da membrana), seguida pela repolarização (saída de potássio) e, por fim, uma breve hiperpolarização, antes do retorno ao potencial de repouso. Esse processo é essencial para a condução de sinais elétricos ao longo do sistema nervoso, representado na Figura 5.

A Figura 6 , ilustra a ação da bomba de sódio-potássio (Na^+/K^+), localizada na membrana celular, responsável por manter os gradientes iônicos fundamentais para o potencial de ação. Essa diferença de cargas o potencial de repouso é a base para que, ao receber um estímulo limiar, a membrana inicie o potencial de ação, com entrada rápida de Na^+ e posterior saída de K^+ . Após o impulso, a bomba atua novamente para restaurar os gradientes, permitindo a continuidade da atividade elétrica do neurônio Kandel *et al.*(2014). A imagem ilustra esse ciclo de forma clara, evidenciando o papel essencial da Na^+/K^+ na excitabilidade neuronal.

Figura 6 – Bomba de sódio-potássio: Este dispositivo é responsável por preservar as diferenças de concentrações dos íons, indispensáveis na determinação do potencial de ação.



Fonte: adaptado de Bear, Connors e Paradiso 2017.

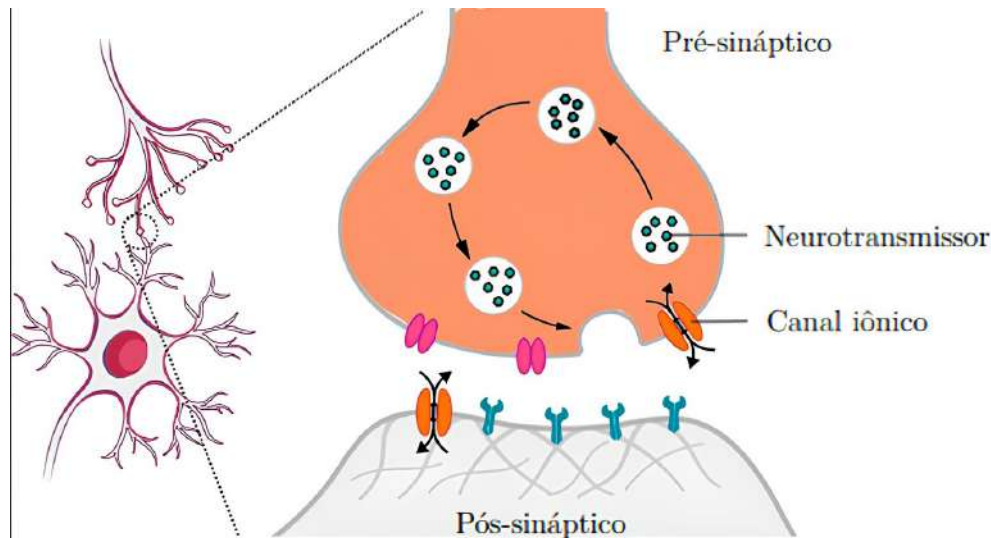
2.4 TRANSMISSÕES SINÁPTICAS

O mecanismo pelo qual um neurônio transmite informações a outro neurônio é chamado de transmissão sináptica . Essa comunicação ocorre na sinapse , uma estrutura altamente especializada , representada na Figura 7 . Observa-se a proximidade entre a extremidade de um neurônio denominada **região pré-sináptica** e a do outro neurônio, chamada de **região pós-sináptica**. Entre essas duas regiões, encontra-se um pequeno espaço denominado **fenda sináptica**.

No interior do terminal pré-sináptico, estão presentes estruturas esféricas que armazenam **neurotransmissores**, os quais são liberados na fenda sináptica. Essas substâncias interagem com receptores específicos localizados na membrana da célula pós-sináptica, desencadeando alterações nos canais iônicos. A ativação desses canais permite a movimentação de íons, modificando o estado elétrico da célula receptora. Essa modificação pode levar à continuação da propagação do impulso nervoso. As sinapses são estruturas fundamentais para a comunicação entre neurônios e podem ser classificadas em dois tipos principais: **químicas** e **elétricas**.

Nas **sinapses químicas**, a transmissão do sinal ocorre por meio da liberação de neurotransmissores pela célula pré-sináptica, que se ligam a receptores na célula pós-sináptica. Esse processo permite a modulação e a integração da informação. Já nas **sinapses elétricas**, o impulso nervoso é

Figura 7 – Funcionamento de uma sinapse transmitindo um sinal por meio de neurotransmissores.



Fonte: adaptado de Bear, Connors e Paradiso 2017.

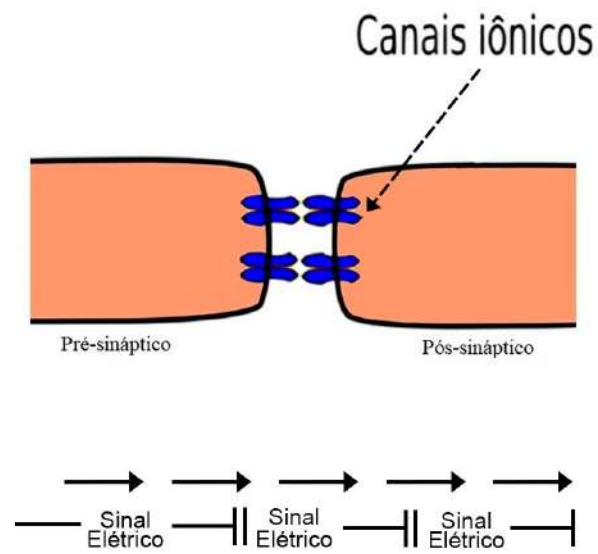
transmitido diretamente de uma célula para outra por meio de **junções comunicantes** (*gap junctions*), resultando em uma condução rápida e sincronizada do sinal nervoso Kandel Eric R.; Schwartz (2000). Nas subseções seguinte, aprofundaremos o funcionamento, as características e as diferenças entre **sinapses químicas e elétricas**, destacando seus papéis na comunicação neural.

2.4.1 Sinapses elétricas

As sinapses elétricas ou junções comunicantes são as bases de funções neuronais importantes Berne Robert M.; Levy (2009). Neste tipo de sinapse as membranas dos neurônios pré-sináptico e pós- sináptico estão conectadas por uma espécie de gap ou união comunicante. No centro desse canal flui uma corrente iônica de um neurônio para o outro de forma direta conectando as membranas citoplasmáticas. Esses canais possuem uma condutância muito alta (ou uma baixa resistência) permitindo com facilidade a despolarização (gerando um potencial de ação) e hiperpolarização dos neurônios, sendo que o potencial conduzido passivamente pode ser propagado em ambos os sentidos e por tanto esse tipo de sinapse é considerado bidirecional.

A transmissão da corrente e ativada rápida e sincronizadamente os neurônios, é uma vantagem adaptativa já que permite a comunicação rápida, necessária para a sobrevivência neural. Modelamos uma **sinapse elétrica** entre dois neurônios, introduzimos uma corrente sináptica I_{syn} , que entra no modelo na forma de corrente externa injetada. Se V_{pre} e V_{pos} são os potenciais de membrana dos neurônios pré e pós-sináptico, respectivamente, a corrente sináptica será proporcional à diferença de potencial entre eles:

Figura 8 – Diagrama esquemático de uma sinapse elétrica, mostrando a conexão direta entre neurônios por meio de junções comunicantes *gap junctions*, que permitem a transmissão rápida de sinais elétricos



Fonte: adaptada de Kandel *et al.*, 2013.

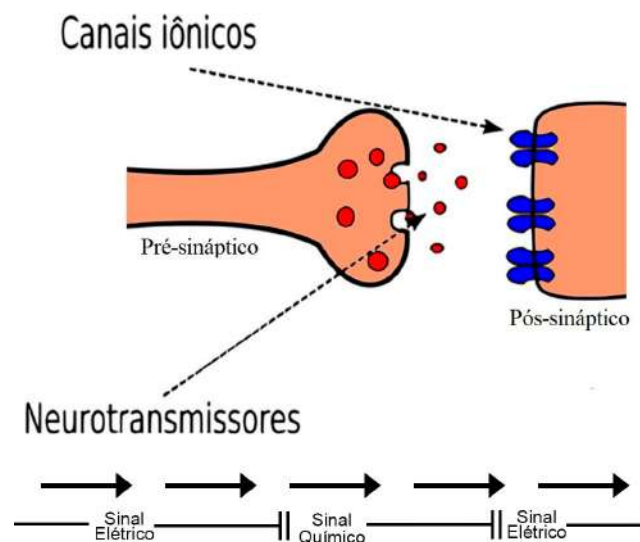
$$I_{\text{syn}} = g_e(V_{\text{pre}} - V_{\text{pos}}), \quad (2)$$

onde g_e é a condutância da sinapse elétrica, considerada constante.

2.4.2 Sinapses químicas

As sinapses químicas podem ser **excitatórias** (PEPS – Potencial Excitatório Pós-Sináptico), quando resultam na despolarização da célula pós-sináptica, ou **inibitórias** (PIPS – Potencial Inibitório Pós-Sináptico), quando o resultado é uma hiperpolarização da célula pós-sináptica. O PEPS é geralmente gerado pelo influxo de Na^+ ou de K^+ , enquanto o PIPS resulta do influxo de Cl^- ou da saída de K^+ Kandel Eric R.; Schwartz (2000).

Figura 9 – Sinapses químicas, toda a corrente injetada na célula pré-sináptica se dissipa no fluido extracelular. No entanto, a despolarização resultante da membrana pré-sináptica pode gerar um potencial de ação, levando à liberação de moléculas de neurotransmissores, que se ligam a receptores na célula pós-sináptica. Essa ligação abre canais iônicos, iniciando uma alteração no potencial de membrana da célula pós-sináptica.



Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

Pode-se modelar a **sinapse química**, denotados por V_{rev} o potencial de reversão da sinapse. Se o potencial de ação pré-sináptico ultrapassar este valor, há a liberação de neurotransmissores. A corrente sináptica, que na verdade representa uma densidade de corrente (medida em $\mu\text{A}/\text{cm}^2$), pode ser descrita como:

$$I_{syn} = g_{syn}r(t)(V - V_{rev}), \quad (3)$$

Onde g_{syn} é a condutância máxima da sinapse química e $r(t)$ é a fração de canais abertos ao longo do tempo.

Para descrever comportamento da fração de canais abertos $r(t)$ utilizamos uma **função sigmóide**, que assume que a fração de canais abertos depende do potencial de membrana do neurônio pré-sináptico V , na forma:

$$r(t) = \frac{r_{\max}}{1 + e^{-\lambda(V-\theta)}} \quad (4)$$

onde λ e θ são constantes que determinam a inclinação e o limiar da função sigmoideal.

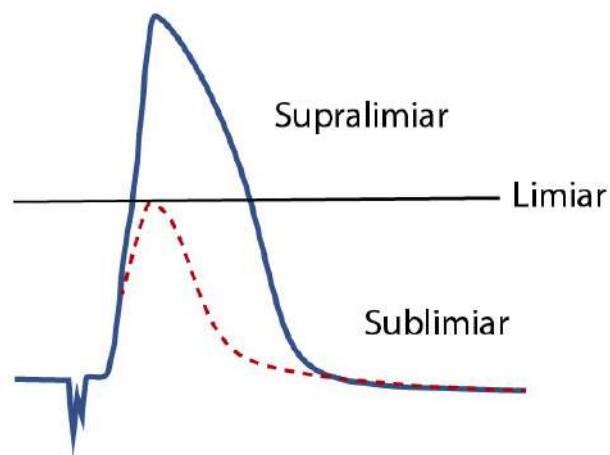
Substituindo essa expressão na equação

$$I_{\text{syn}} = g_{\text{syn}} \frac{r_{\max}}{1 + e^{-\lambda(V-\theta)}} (V - V_{\text{rev}}) \quad (5)$$

2.5 CLASSIFICAÇÃO DOS ESTÍMULOS NERVOSOS

Os estímulos nervosos podem ser classificados em três tipos principais Kandel Eric R.; Schwartz (). Conforme mostrado na figura 10.

Figura 10 – Representação esquemática dos três regimes de atividade neural.



Fonte: adaptado de Kandel *et al.*, 2013.

O limiar é definido como o nível mínimo de estímulo necessário para produzir a despolarização que gera um potencial de ação. O regime supra-limiar ocorre quando o estímulo ultrapassa esse limiar, desencadeando um potencial de ação. O valor máximo desse potencial de ação permanece constante, conforme prescrito pela *lei do tudo-ou-nada*, um princípio fundamental da neurofisiologia que determina que os neurônios respondem a um estímulo de forma completa ou não respondem, sem níveis intermediários. Para estímulos sub-limiare, que não atingem o limiar de despolarização, não há geração de potencial de ação. Nesses casos, a membrana pode apresentar pequenas variações no potencial, mas insuficientes para alcançar o nível necessário ao disparo neural Berne Robert M.; Levy (2009).

3 MODELOS MATEMÁTICOS

Neste capítulo serão apresentados alguns modelos matemáticos bem estabelecidos que descrevem o comportamento elétrico de um neurônio, servindo como base teórica para a descrição da dinâmica neuronal. A exposição dos modelos será feita de forma progressiva, começando pelos mais fundamentais até aquele que é utilizado no estudo desta dissertação.

Inicialmente apresentamos o modelo de Hodgkin e Huxley (1952) (HH), proposto em 1952, que representa um marco na neurociência computacional. Baseado em experimentos com o axônio da lula, esse modelo descreve a propagação do potencial de ação por meio de equações diferenciais não lineares que representam a dinâmica dos canais iônicos de sódio e potássio. Apesar de sua precisão biológica, o modelo HH é complexo e computacionalmente custoso.

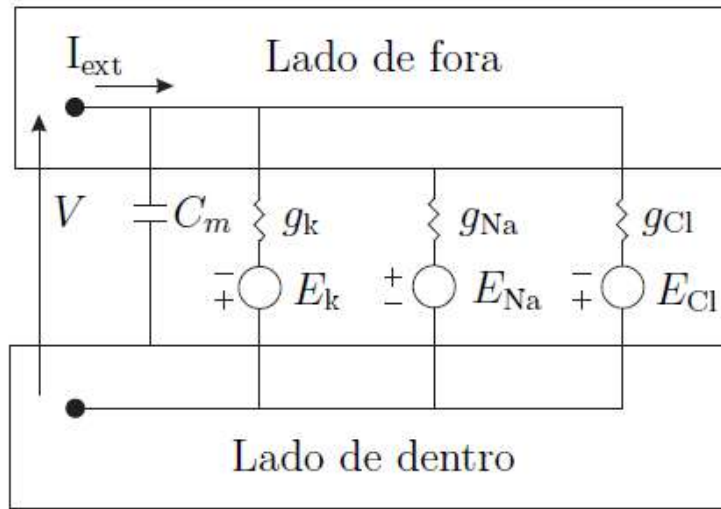
O modelo de Hodgkin e Huxley (1952) (HH). Para implementação na descrição de sistemas com poucos neurônios, esse modelo descreve quantitativamente a geração e propagação de potenciais de ação em neurônios, baseando-se na dinâmica de canais iônicos de sódio, potássio ele é particularmente útil para estudos qualitativos de dinâmica e bifurcações Hodgkin e Huxley (1952). Como alternativa computacionalmente, surgiu o modelo *Integrate-and-Fire* (IF) Lapicque (1907), que representa o neurônio como um integrador de corrente sináptica. Quando o potencial de membrana atinge um limiar, ocorre um disparo (ou "spike"), seguido de um reinício do potencial. Sendo bastante simples, o modelo IF é prático para simulações de grandes redes neuronais devido à sua leveza computacional. Por fim, apresentamos ao modelo de Hindmarsh J.L; Rose (1982), usado nesta dissertação. Este modelo estende os conceitos dos anteriores, permitindo descrever com maior riqueza os comportamentos dinâmicos complexos de neurônios, como oscilações, disparos irregulares e regimes caóticos. Composto por um sistema tridimensional de equações diferenciais não lineares, o modelo HR equilibra fidelidade biológica e viabilidade computacional, sendo especialmente adequado para o estudo de redes neurais e fenômenos emergentes da interação entre neurônios.

3.1 MODELO DE HODGKIN E HUXLEY (HH)

Considerado um dos primeiros modelos que buscou descrever o comportamento elétrico dos neurônios, surgiu em 1952, quando Alan Hodgkin e Andrew Huxley publicaram seus primeiros trabalhos. Hodgkin e Huxley forneceram uma explicação sobre a geração do potencial de ação, utilizando o axônio de uma lula gigante, baseada em condutâncias dependentes do tempo e da voltagem de íons de sódio, potássio e outros íons Hodgkin e Huxley (1952). O modelo de Hodgkin-Huxley é composto por um sistema de 10 equações diferenciais acopladas, o que garante uma descrição detalhada

da dinâmica iônica, mas também implica em um alto custo computacional. A Figura 11 ilustra o circuito elétrico equivalente do modelo de Hodgkin-Huxley.

Figura 11 – Circuito elétrico do modelo de Hodgkin-Huxley(HH)



Fonte: adaptado de Hodgkin e Huxley 1952.

Em sua modelagem, Hodgkin e Huxley usaram como valor de referência para o potencial de membrana a diferença entre o interior e o exterior da célula, definida como

$$V = (V_{int} - V_{ext}) - V_{rest}, \quad (6)$$

De maneira que, no repouso, $V = 0$ (note que V será escrita sem subíndice). Aqui, a voltagem V definida em (6) corresponde ao deslocamento do potencial de membrana em relação ao seu valor de repouso e obedece à seguinte equação:

$$C_m \frac{dV}{dt} = -I_{ion}(V, t) + I_{ext}. \quad (7)$$

- I_{ext} é a densidade de corrente externa aplicada;
- I_{ion} é a densidade de corrente iônica total (corrente para fora é considerada positiva);
- V é o potencial de membrana;
- C_m é a capacitância da membrana por unidade de área (considerada constante);
- t é o tempo.

A corrente iônica I_{ion} é composta por:

$$I_{ion} = I_{Na} + I_K + I_{Cl}, \quad (8)$$

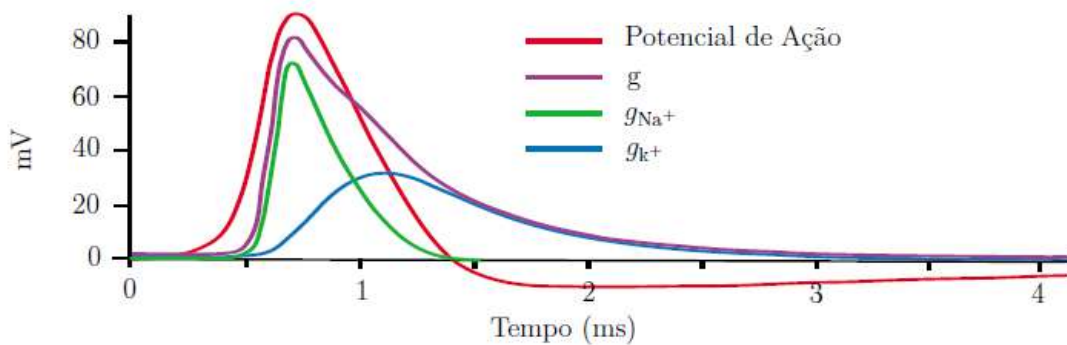
sendo I_{Na} a corrente dos íons de sódio, I_K a dos íons de potássio e I_{Cl} a dos canais de fuga (representados pelo cloreto na figura). Individualmente, cada corrente pode ser expressa pela condutância na forma:

$$\begin{cases} I_{Na} = g_{Na}(V - E_{Na}) \\ I_K = g_K(V - E_K) \\ I_{Cl} = g_{Cl}(V - E_{Cl}) \end{cases} \quad (9)$$

Aqui, E_{Na} , E_K e E_{Cl} representam os potenciais de equilíbrio dos íons, enquanto g_{Na} , g_K e g_{Cl} são as condutâncias, que seguem equações diferenciais distintas para cada espécie iônica.

A Figura 12, mostra a curva vermelha representa o potencial de ação propriamente dito, mostrando um rápido aumento seguido de uma queda, caracterizando a despolarização e repolarização da membrana neuronal durante o disparo do sinal elétrico. As outras curvas representam as condutâncias dos íons que contribuem para essa dinâmica: a linha roxa (g) representa a condutância total, a linha verde (g_{Na^+}) refere-se à condutância do sódio, que dispara rapidamente e é responsável pela fase inicial do potencial de ação, e a linha azul (g_{K^+}) representa a condutância do potássio, que aumenta mais lentamente e ajuda a repolarizar a membrana. Esse gráfico evidencia como as variações temporais das condutâncias de sódio e potássio, controladas pelas portas iônicas no modelo de Hodgkin-Huxley, geram o potencial de ação, explicando o mecanismo eletrofisiológico básico para a transmissão do impulso nervoso.

Figura 12 – Condutâncias iônicas subjacentes ao Potencial de Ação. Valores obtidos experimentalmente por HH. A condutância g representa a condutância da membrana durante Potencial de Ação prolongado.



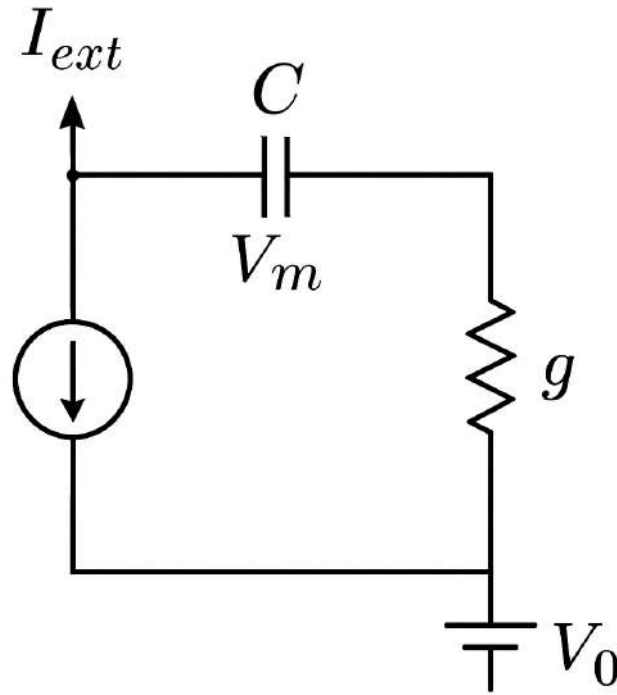
Fonte: adaptado de Hodgkin e Huxley 1952.

3.2 MODELO INTEGRATE-AND-FIRE (IF)

A versão mais simples do modelo integra-e-dispara é o chamado modelo integra-e-dispara perfeito ou sem vazamento, "IF" (*Integrate-and-Fire*). É utilizado para simular regimes dinâmicos e

propriedades dos neurônios sem adentrar nos detalhes do seu mecanismo físico. E ao se concentrar nos aspectos essenciais da dinâmica neural, o modelo *Integrate-and-Fire* permite uma representação simplificada, mas eficaz, dos padrões de disparo de neurônios.

Figura 13 – Circuito elétrico do modelo de *Integrate-and-Fire*(IF)



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 13 corresponde ao circuito equivalente utilizado para descrever o comportamento do potencial de membrana. Neste circuito, a dinâmica da carga no capacitor é determinada pela corrente externa injetada, enquanto o potencial no ramo resistivo é governado pela condutância de vazamento. Assim, a relação entre as variáveis pode ser expressa pela seguinte forma matemática:

$$\begin{cases} C \frac{dV_m(t)}{dt} = I_{ext}(t), \\ V_m(t) = V_0 + \frac{I_{ext}(t)}{g}. \end{cases} \quad (10)$$

Na Equação (10):

- $V_m(t)$ é o potencial da membrana,
- V_0 representa o potencial de repouso,
- $I_{ext}(t)$ é a corrente externa aplicada ao neurônio,
- g é a condutância do vazamento da membrana,

- C é a capacitância da membrana.

O modelo de Izhikevich (IZK) Izhikevich (2003) surge como uma evolução que combina a simplicidade do IF com a capacidade de reproduzir uma ampla variedade de dinâmicas neurais, incluindo padrões de disparos regulares e explorações mais complexas. Enquanto o IF foca na acumulação linear e disparo, o modelo de Izhikevich adiciona termos não lineares e variáveis adicionais que permitem uma descrição mais fiel da fisiologia neuronal, mantendo ainda um baixo custo computacional.

Assim, o modelo de Izhikevich pode ser visto como uma generalização do modelo IF, unindo a eficiência do IF com a riqueza dinâmica dos modelos mais biológicos. Vamos discutir melhor esse modelo na seção 3.3.

3.3 MODELO DE IZHIKEVICH

O modelo neural de Izhikevich vem sendo amplamente utilizado na área de neurociência computacional e em estudos de redes neurais devido a sua capacidade de gerar uma grande diversidade de padrões de atividade neural, incluindo disparos regulares, oscilações, *burstings* e outros comportamentos complexos Izhikevich (2007). Matematicamente esse modelo consiste em um sistema em 2-D sendo descrito por duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, uma representando a dinâmica do potencial de membrana v e outra representando a dinâmica de recuperação da membrana u pós-spike .

$$\begin{cases} \dot{x}_i = 0.04x_i^2 + 5x_i + 140 - y_i + I_i \\ \dot{y}_i = a_i(b_i x_i - y_i) \end{cases} \quad (11)$$

A equação diferencial 11 é obtida por meio de regressão da dinâmica do disparo de um neurônio cortical de forma que o potencial da membrana v esteja em escala de mV e o tempo esteja em ms. O potencial de repouso do modelo está entre -70 e -60 mV dependendo do valor de b .

O potencial x representa o potencial da membrana do neurônio e y representa a variável de recuperação desta membrana, que na realidade descreve a ativação de correntes iônicas de íons de potássio K^+ e desativação de íons de sódio Na^+ , provendo assim uma realimentação negativa à membrana x . Após o disparo atingir seu ápice em aproximadamente $30mV$, o potencial da membrana e a variável de recuperação são reiniciadas de acordo com:

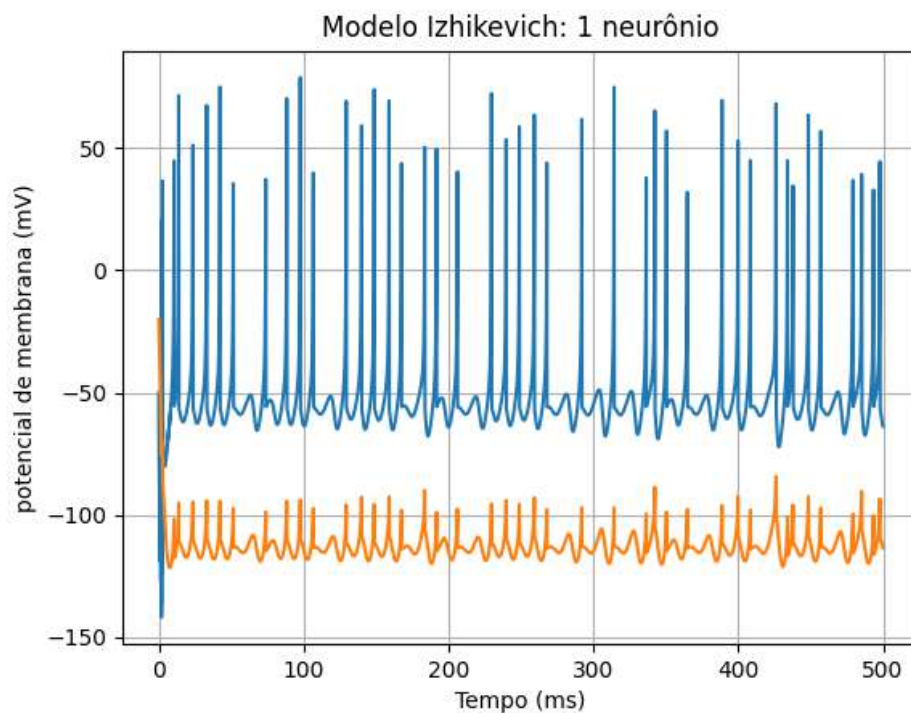
$$\text{Se } x \geq 30 \text{ mV, então } \begin{cases} x \rightarrow c \\ y \rightarrow y + d \end{cases} \quad (12)$$

Os parâmetros utilizados nas equações 11 e 12 e suas funcionalidades do comportamento dinâmico dos neurônios está descrito a seguir:

- a → este parâmetro descreve a escala de tempo da variável de recuperação y ; quanto menor seu valor mais lenta é a recuperação. Um valor típico é 0,02;
- b → descreve a sensibilidade da variável de recuperação a flutuações sub-limiar do potencial de membrana x . Maiores valores acoplam x e y mas fortemente resultando em possíveis oscilações sub-limiar e dinâmicas de disparo de baixo limiar. Um valor típico é 0,2;
- c → descreve o valor do potencial de membrana x reset após o disparo. Um típico valor é -65 mV;
- d → descreve o reset após o disparo da variável de recuperação y . Um valor típico é 2.
- I → Corrente de disparo.

O potencial de membrana é representado na Figura 14, quando atinge o limiar de disparo ocorre uma rápida inversão na polaridade do potencial de membrana, onde a tensão da membrana aumenta repentinamente. Esse fenômeno é chamado de disparo ("spike").

Figura 14 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$ e $y(t)$ de um neurônio Izhikevich isolado, simulado com a Eq.11.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A seção dedicada ao modelo de *Izhikevich* foi incluída nesta dissertação devido à sua aplicação inicial durante o desenvolvimento do trabalho. Apesar de ter sido utilizado por um período, optamos

por não prosseguir com esse modelo, em razão do elevado nível de sensibilidade dos seus parâmetros, o que dificultou a obtenção de dados consistentes na definição de um regime sub-limiar. Ainda assim, as observações relevantes a respeito desse modelo encontram-se disponíveis em anexo nessas dissertação, com o intuito de documentar o processo e fornecer subsídios para investigações futuras.

3.4 MODELO DE HINDMARSH-ROSE (HR)

Em 1982, J. L. Hindmarsh e R. M. Rose propuseram um modelo onde é considerado que a variação do potencial de membrana x do neurônio depende linearmente tanto de uma corrente intrínseca y como da corrente externa z aplicada pelo eletrodo Hindmarsh J.L; Rose (1982). Os autores supuseram ainda que a variação de x depende de forma não linear do próprio potencial de membrana, conforme uma função $f(x)$. Assim, a variação de x com o tempo foi descrita pela equação:

$$\dot{x} = -a(f(x) - y - z). \quad (13)$$

A dinâmica da corrente intrínseca y foi modelada com base na observação experimental de que a corrente necessária para fixar a voltagem sofre saturação exponencial logo após um pulso de tensão. Assim, sua variação foi assumida como linear em relação à própria corrente. Supuseram ainda que esta corrente depende de forma não linear do potencial de membrana, representada por uma função $g(x)$. A equação correspondente é:

$$\dot{y} = b(g(x) - y). \quad (14)$$

A simplificação introduzida pelos autores foi assumir que $y(t)$ possui um tempo de decaimento constante após o pulso de voltagem, ou seja, varia exponencialmente. Esta abordagem difere das hipóteses de Hodgkin e Huxley, que consideraram mudanças no tempo de decaimento nas variáveis $a(V)$ e $b(V)$.

Ao aplicar um degrau de tensão, fixando o potencial da célula em um valor x_p , temos:

$$\dot{x} = 0 = -a(f(x_p) - y - z), \quad (15)$$

$$z_{x_p} = f(x_p) - y, \quad (16)$$

A corrente intrínseca y tem sua evolução temporal descrita por:

$$\dot{y} = b(g(x_p) - y), \quad (17)$$

que, resolvida com a condição inicial $y(0) = 0$, resulta em:

$$y(t) = g(x_p)(1 - e^{-bt}). \quad (18)$$

Substituindo $y(t)$, obtemos:

$$z_{x_p}(t) = f(x_p) - g(x_p)(1 - e^{-bt}), \quad (19)$$

e, consequentemente:

$$z_{x_p}(0) = f(x_p), \quad z_{x_p}(\infty) = f(x_p) - g(x_p). \quad (20)$$

Para determinar $f(x)$ e $g(x)$, os valores iniciais $z_{x_p}(0)$ foram ajustados a uma equação cúbica e $z_{x_p}(\infty)$ a uma exponencial. Assim, o modelo bidimensional assume a forma final:

$$\dot{x} = -a(f(x) - y - \theta), \quad \dot{y} = b(f(x) - qe^{rx} + s - y), \quad (21)$$

$$f(x) = cx^3 + dx^2 + ex + h, \quad (22)$$

onde c , d , e e h são constantes. Este modelo foi capaz de reproduzir potenciais de ação e variações na taxa de disparo do neurônio em função da corrente injetada. No entanto, ele apresentava limitações na reprodução de rajadas de disparos.

Posteriormente, Hindmarsh e Rose Hindmarsh James L.; Rose (1984), estenderam o modelo para incluir uma terceira variável dinâmica z , permitindo a reprodução de disparos em rajadas e comportamentos mais complexos. O modelo tridimensional é descrito pelas equações:

$$\begin{cases} \dot{x} = y - ax^3 + bx^2 - z + I \\ \dot{y} = c - dx^2 - y, \\ \dot{z} = r[s(x - x_0) - z], \end{cases} \quad (23)$$

Onde:

- As constantes a, b, c e d permitem simular diferentes comportamentos de disparo no modelo de Hindmarsh-Rose. Dependendo dos valores escolhidos, é possível reproduzir padrões de picos rápidos e bursting. Essas constantes também influenciam a frequência dos disparos de picos rápidos.

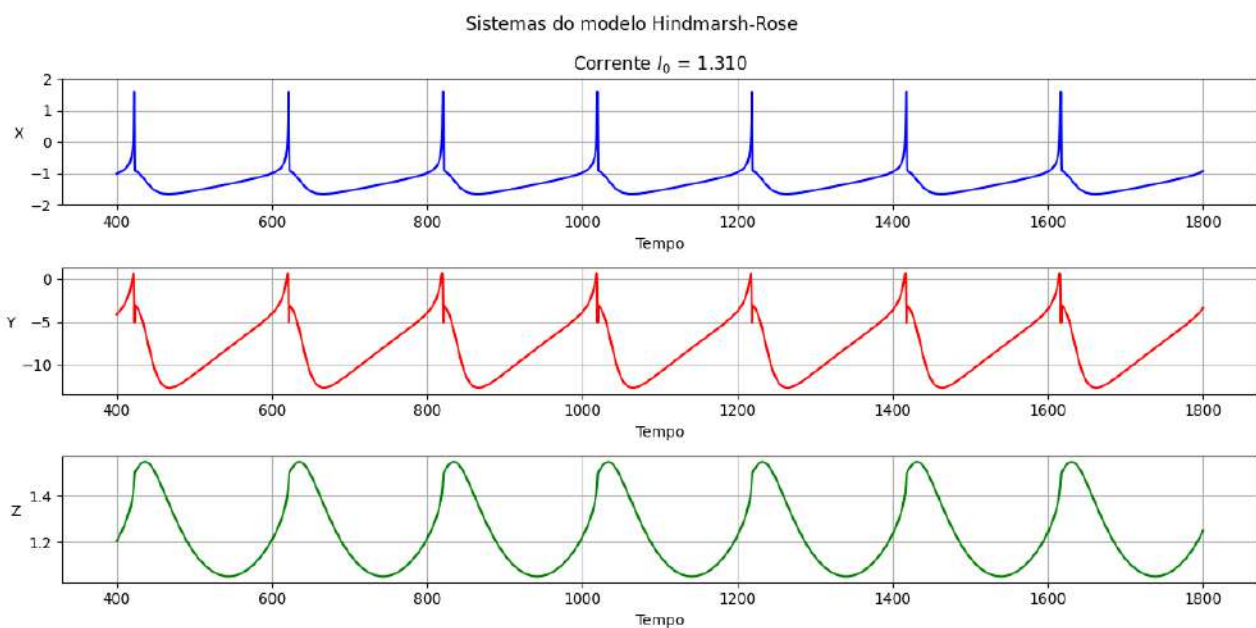
- A corrente de entrada I , também chamada de corrente DC, representa o estímulo aplicado ao neurônio, seja por meio de sinapses ou estímulos externos.
- O parâmetro r controla a velocidade de variação de z . Na presença de disparos de picos rápidos, r também pode afetar a frequência desses picos e a quantidade de picos por burst.
- O parâmetro s regula a adaptação do sistema.
- A variável x_0 representa a coordenada x do ponto de equilíbrio estável sublimar.
- A variável y controla o disparo (pico) e está associada aos íons rápidos (Na^+ e K^+).
- A variável z é responsável pela dinâmica da rajada e está associada aos íons lentos (Ca^{2+}).

Este modelo tridimensional foi amplamente adotado para descrever as ricas atividades elétricas de neurônios biológicos, incluindo padrões caóticos e periódicos.

3.4.1 Dinâmica do modelo Hindmarsh-Rose

A dinâmica do modelo é descrita pela evolução das Equações 23 . A Figura 15 exemplifica a evolução temporal das variáveis x , que representa o potencial da membrana, assim como y e z , no regime periódico de único disparo.

Figura 15 – Representação da Dinâmica de um Neurônios Simples Hindmarsh-Rose



elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas dessa dissertação, baseados na formulação original de Hindmarsh e Rose Hindmarsh James L.; Rose (1984). Os

parâmetros a, b, c, d, r, s e x_0 controlam a dinâmica intrínseca do neurônio, enquanto I_0 representa a corrente de entrada, particularmente explorada nesse trabalho em regime sub-de corrente.

Tabela 1 – Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas da cadeia de neurônios modelados por Hindmarsh-Rose.

Parâmetros	Valores
a	1,0
b	3,0
c	1,0
d	5,0
r	0,005
s	4,0
x_0	-1,6
I	Variável
I_{sth}	1,29

Fonte: adaptado de Hindmarsh & Rose 1984.

A Tabela 2 apresenta os diferentes regimes de disparo observados no modelo de Hindmarsh-Rose em função do valor da corrente de entrada I . Particularmente para $r = 0.005$, portanto para valores abaixo de $I_{sth} = 1,29$, o neurônio permanece em estado de repouso, sem apresentar disparos. A partir de $I = 1,31$ o neurônio entra em um regime oscilatório periódico, indicando a ocorrência de potenciais de ação regulares (Esses valores foram usados em muitas das simulações). Com o aumento da corrente, observa-se uma transição para dinâmicas mais complexas: em $I = 3,33$, o comportamento se torna caótico, evidenciado por disparos irregulares. Acima de $I = 3,6$ o regime periódico retorna.

Tabela 2 – Regimes de disparo do modelo de Hindmarsh-Rose para diferentes valores de corrente I .

Corrente I	Regime de disparo
$I < 1,29$	Sem disparos
$I = 1,31$	Periódico
$I = 3,33$	Caótico
$I = 3,60$	Periódico

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Também podemos representar os espaços de fase do modelo de Hindmarsh-Rose de forma unidimensional, conforme ilustrado na seção 3.4.2.

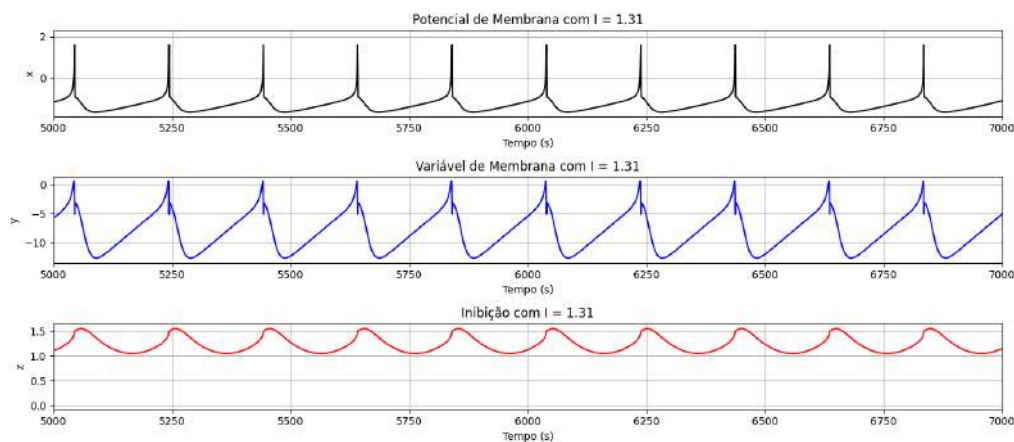
3.4.2 Espaço de variáveis xz

A dinâmica de um neurônio é governada pelas relações entre suas variáveis de estado, que representam diferentes aspectos do seu comportamento elétrico. Uma das maneiras mais utilizadas para estudar essa dinâmica é por meio do espaço de variáveis, onde cada ponto representa um estado específico do neurônio, dada pelas suas variáveis Izhikevich (2007). No caso do modelo de Hindmarsh–Rose que inclui a variável de adaptação z analisar o espaço de fase formado por x (potencial) e z (adaptação lenta) é especialmente útil. Esse plano revela como a força de adaptação modula o disparo e estrutura os regimes de comportamento, que podem variar entre tonicidade e rajadas de atividade Hindmarsh James L.; Rose (1984). Na subseção 3.4.2, serão ilustrado as series temporais e o espaço de fase de x e z que representam, respectivamente, o potencial de membrana e o grau de adaptação mostrando como diferentes configurações de parâmetros produzem comportamentos dinâmicos específicos.

Regime periódico

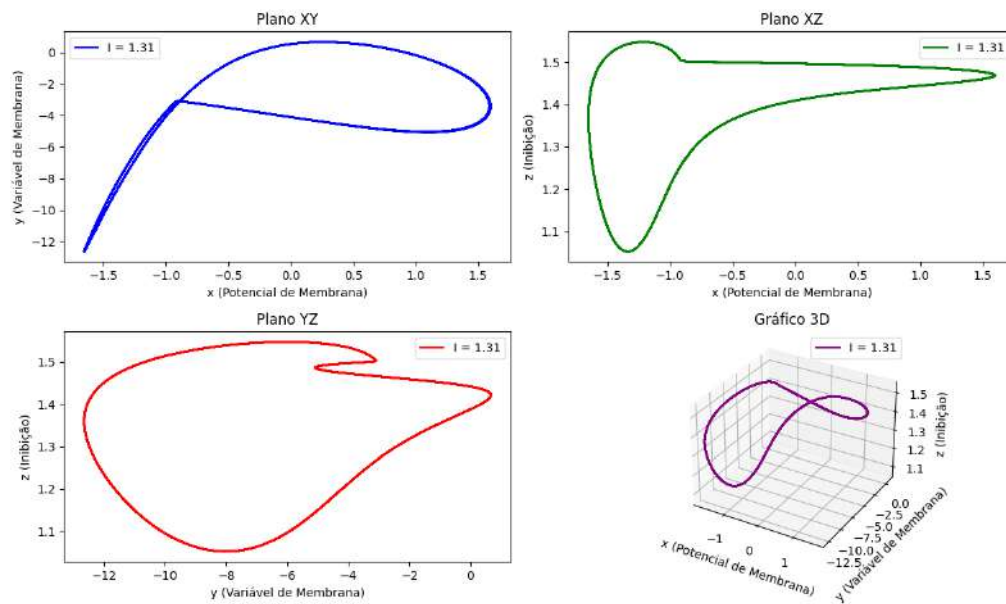
A Figura 16 apresenta as séries temporais das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$, evidenciando oscilações regulares no potencial de membrana e a interação entre as variáveis do sistema. Já a Figura 17 mostra a trajetória no espaço de fases para $I = 1,31$, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator. Esses resultados indicam que o sistema ultrapassa o limiar de disparo por volta de $I = 1,29$.

Figura 16 – Trajetória do sistema para $I = 1,31$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 17 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição.

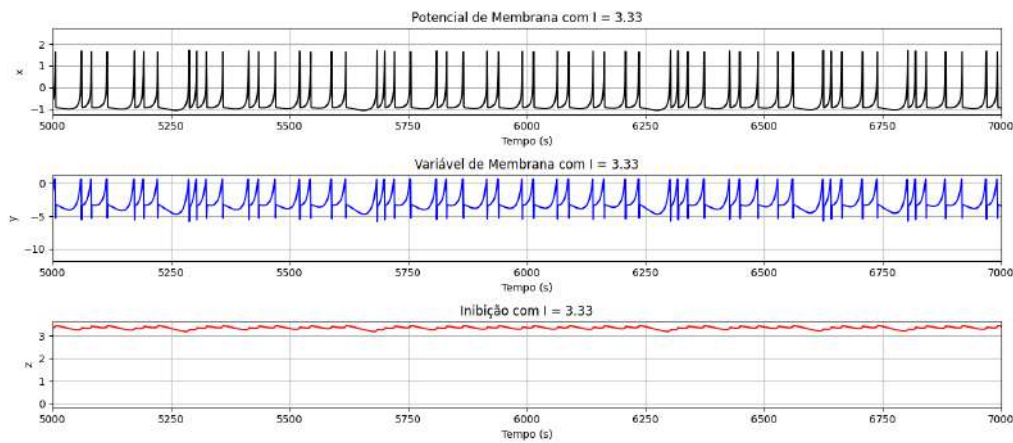


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Regime caótico

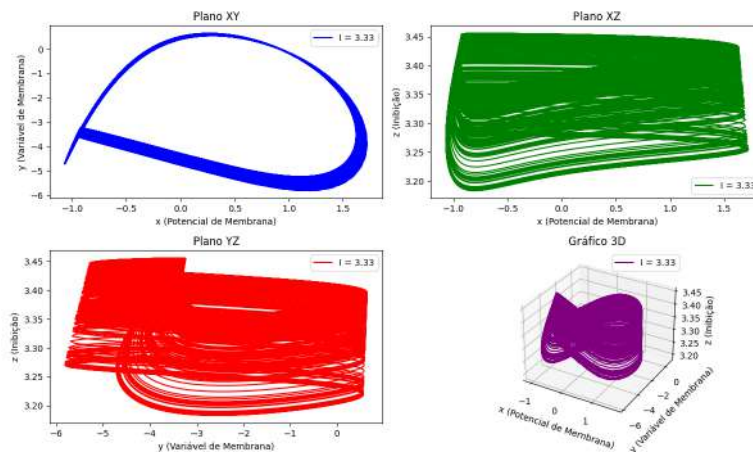
A corrente externa injetada foi fixada em $I = 3,33$. As Figuras 18 e 19 apresentam, respectivamente, a evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ e a trajetória no espaço de fases. A órbita fechada observada no plano XZ confirma que o sistema permanece em regime oscilatório; entretanto, os trens de pulso exibem variações na frequência e na amplitude dos picos, sugerindo uma modulação dinâmica da atividade neuronal mesmo na ausência de perturbações externas.

Figura 18 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 19 – Trajetória do sistema para $I = 1,33$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.

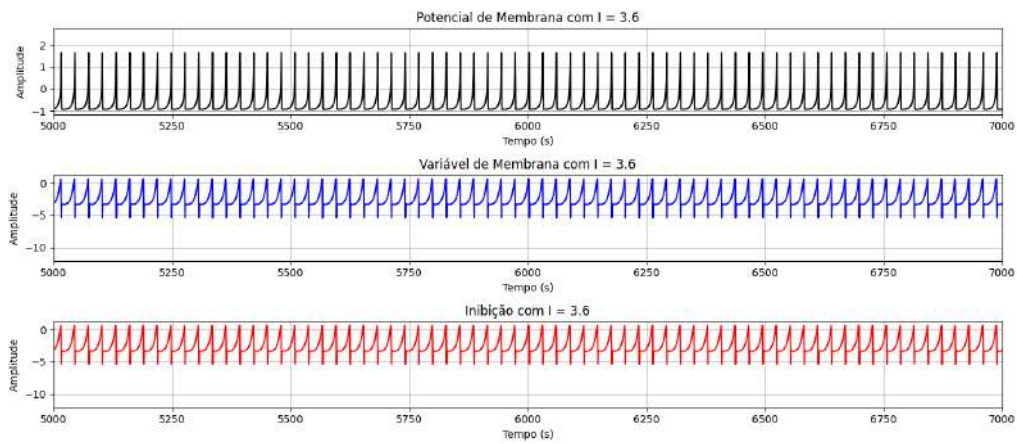


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Retorno ao regime periódico

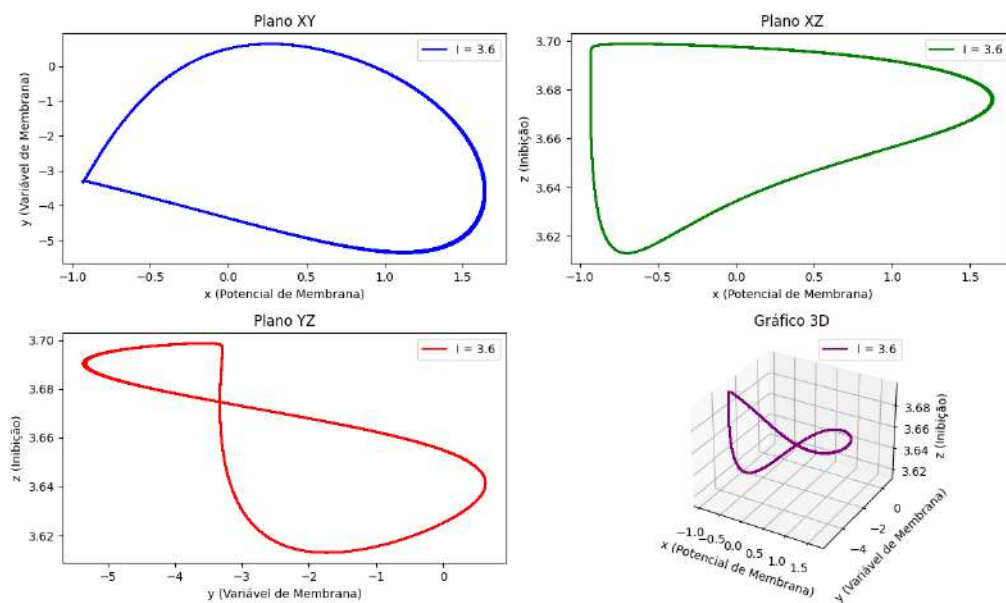
Com a corrente externa ajustada para $I = 3,6$, o sistema retorna ao regime regular, como mostram as Figuras 20 e 21. A Figura 20 exibe a evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$, revelando oscilações regulares no potencial de membrana, com uma dinâmica acoplada entre as variáveis do modelo. Já a Figura 21 apresenta a trajetória no espaço de fases, com órbitas fechadas nos planos XY , XZ , YZ e na projeção tridimensional, o que confirma a presença de um atrator periódico característico da atividade oscilatória do sistema.

Figura 20 – Evolução temporal das variáveis $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ indica oscilações regulares no potencial de membrana, com dinâmica acoplada entre a variável de membrana e a inibição



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 21 – Trajetória do sistema para $I = 3,6$ nos planos XY , XZ , YZ e em 3D, revelando um comportamento oscilatório periódico típico de um atrator no espaço de fases.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

3.4.3 Análise do Parâmetro r em relação ao Limiar de Disparo I

Realizamos simulações variando exclusivamente o parâmetro I para determinar as correntes de disparo correspondentes a cada valor de r , conforme detalhado na Tabela 3. Em seguida, geramos as séries temporais com base nos resultados obtidos. A variação do parâmetro r , que regula a escala de adaptação lenta no modelo de Hindmarsh-Rose, afeta o comportamento dinâmico do sistema de maneira significativa. Esse parâmetro controla a taxa de variação da variável z , responsável pela adaptação lenta e por modular os regimes de disparo do neurônio. O comportamento dinâmico do modelo de Hindmarsh-Rose é significativamente influenciado pelo parâmetro de adaptação lenta r , que determina como a variável lenta z responde às oscilações rápidas das variáveis x e y . Abaixo, analisamos a relação entre r e o limiar de disparo I , observando as mudanças nas dinâmicas do sistema. Para que um neurônio dispare, a corrente injetada deve exceder um valor crítico chamado de **limiar de disparo**. Esse limiar é o ponto em que a membrana do neurônio se despolariza o suficiente para gerar um PA. Para a nossa simulação o limiar de disparo foi fixado em $I = 1.300$, como mostra a tabela 3.

$$I(1) \geq I_{sth} \quad (24)$$

A equação 24 expressa a condição necessária para que um sistema excitatório, como um neurônio, dispare quando a corrente de entrada $I(1)$ atinge ou excede um valor limiar I_{sth} . O parâmetro r pode afetar o valor de I_{sth} , de modo que, para diferentes valores de r , o limiar de disparo I_{sth} pode mudar, alterando a condição para disparo.

Tabela 3 – Limiares de disparo ($I_{disparo}$) para diferentes valores do parâmetro r no modelo Hindmarsh-Rose.

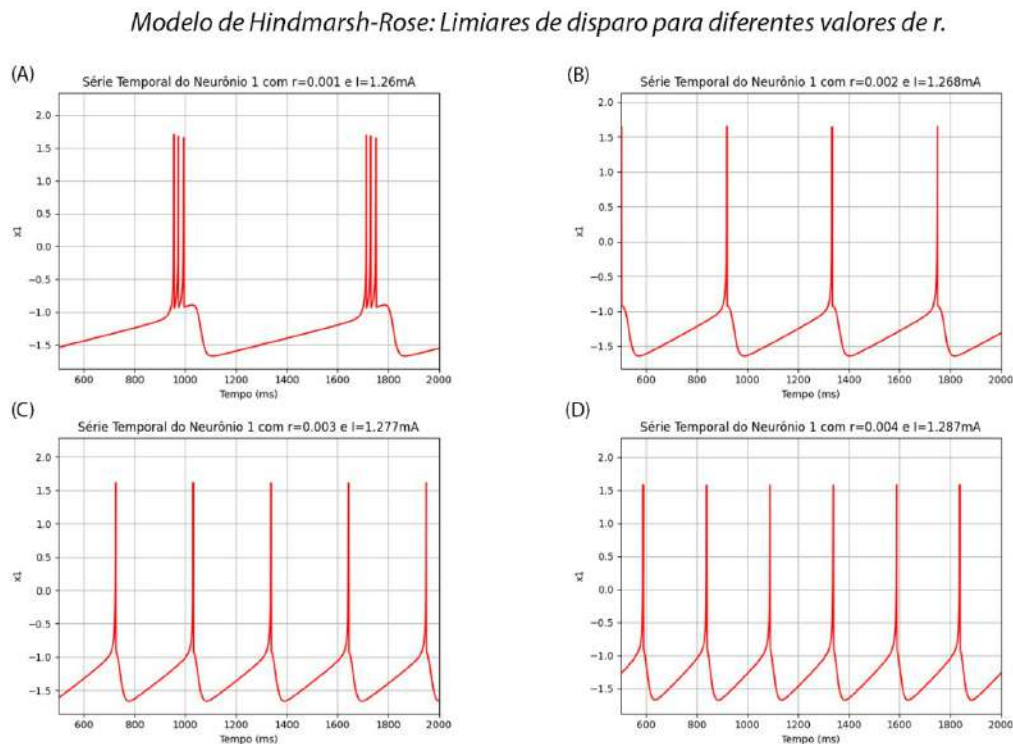
Valores de r	$I_{disparo}$
0,001	$\geq 1,260$
0,002	$\geq 1,268$
0,003	$\geq 1,277$
0,004	$\geq 1,287$
0,005	$\geq 1,300$
0,006	$\geq 1,320$
0,007	$\geq 1,331$
0,008	$\geq 1,332$

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

De acordo com Hindmarsh James L.; Rose (1984), a adaptação lenta desempenha um papel crucial no início e manutenção das oscilações neuronais. Quando r é pequeno, o sistema apresenta

maior sensibilidade a estímulos, com limiares de disparo mais baixos (1 disparo). Isso reflete uma menor estabilização das oscilações pelo mecanismo de adaptação, resultando em padrões caóticos ou quase-periódicos. Por outro lado, conforme r aumenta, o sistema requer valores maiores de disparo. Izhikevich (2007), descreve que a adaptação lenta regula a periodicidade e a uniformidade dos disparos, limitando a amplitude em valores mais altos de r , o que torna o comportamento mais previsível e menos sensível a estímulos externos. Para redes acopladas, Pikovsky.A; Rosenblum (2001) destaca que r alto favorece a sincronização entre os neurônios, enquanto r baixo pode induzir dinâmicas caóticas. De forma geral, o parâmetro r pode controlar a dinâmica de excitação ou adaptação do sistema, influenciando a sensibilidade ao limiar de disparo.

Figura 22 – Série temporal da variável x_1 de um neurônio modelado pelo sistema de Hindmarsh-Rose para diferentes valores do parâmetro r . Cada sub-figura representa a dinâmica do potencial de membrana para um valor fixo de r e corrente de entrada I : (A) $r = 0,001$, $I = 1,260$; (B) $r = 0,002$, $I = 1,268$; (C) $r = 0,003$, $I = 1,277$; (D) $r = 0,004$, $I = 1,287$. Observa-se que o aumento de r resulta em uma frequência maior de disparos, indicando menor limiar para o início da atividade oscilatória.

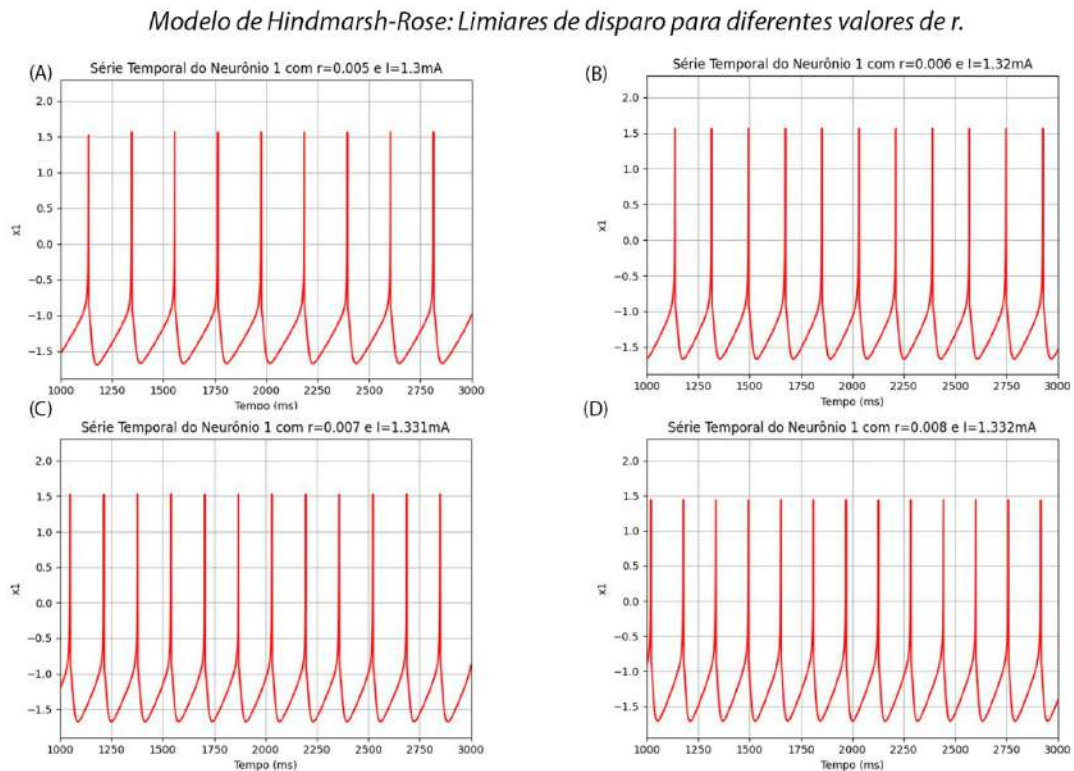


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Como mostrado na figura 22, (A) com $r = 0.001$, o limiar de disparo é $I_{\text{disparo}} \geq 1.260$ conforme mostrado na tabela 3. O gráfico mostra uma serie temporal de um neurônio, onde apresenta um certo padrão de disparos repetidos (spikes), observando o período de disparos há um formação de dois grupos de disparos com três picos cada separados por longo intervalo de tempo, já no eixo x analisando em torno do ponto 1.5 permanece constante onde sua amplitude e oscilações são

idênticas caracterizando um regime periódico. (B) com $r = 0.002$, o limiar de disparo aumenta para $I_{\text{disparo}} \geq 1.268$. O gráfico mostra uma série temporal de um neurônio, onde a frequência de disparos aumentou. O sistema ainda apresenta dinâmicas complexas, mas a ocorrência de caos diminui. A variável z começa a sincronizar-se melhor com x e y , tornando o sistema ligeiramente mais estável. A elevação do limiar de disparo reflete uma maior resistência às oscilações iniciais. (C) com $r = 0.003$, o limiar de disparo é $I_{\text{disparo}} \geq 1.277$. O sistema entra em uma zona de transição, onde os disparos começam a se organizar em padrões quase-periódicos mais previsíveis. O caos torna-se menos frequente, enquanto o comportamento do sistema exibe maior estabilidade e regularidade. Em (D) $r = 0.004$, o limiar de disparo é $I_{\text{disparo}} \geq 1.287$. A resposta da variável z se torna mais rápida, reduzindo a amplitude das oscilações. O sistema apresenta padrões periódicos regulares, caracterizado por disparos únicos bem definidos (spikes) a frequência de disparo é baixa, refletindo intervalos relativamente curtos entre os picos.

Figura 23 – Série temporal da variável x_1 de um neurônio modelado pelo sistema de Hindmarsh-Rose para diferentes valores do parâmetro r . Cada subfigura mostra a dinâmica do potencial de membrana com diferentes valores de r e corrente de entrada I : (A) $r = 0,005$, $I = 1,300$; (B) $r = 0,006$, $I = 1,320$; (C) $r = 0,007$, $I = 1,331$; (D) $r = 0,008$, $I = 1,332$. Nota-se que o aumento de r está associado a uma maior frequência de disparos, indicando que o parâmetro atua na sensibilidade do neurônio à corrente de entrada.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 23 (A) com $r = 0.005$, o limiar de disparo aumenta para $I_{\text{disparo}} \geq 1.300$ conforme mostrado na tabela 3. o gráfico mostra um padrão periódico, com disparos regulares e frequência

constantes, indicando um aumento na frequência de disparo. (B) $r = 0.006$, o limiar de disparo sobe para $I_{\text{disparo}} \geq 1.320$. O padrão de disparo é regular e claramente periódico, a frequência de disparo é alta, o espaço entre os picos são curtos e constantes. (C) com $r = 0.007$, o limiar de disparo é $I_{\text{disparo}} \geq 1.331$. O gráfico mostra um padrão periódico, com picos regulares, a frequência de disparo aumentou, diminuindo o espaçamento entre os picos diminuirão. (D) para $r = 0.008$, o limiar de disparo é $I_{\text{disparo}} \geq 1.332$. a série temporal mantém o comportamento periódico, mas a frequência dos disparos aumenta. Essa elevação na frequência é evidenciada pela redução do espaçamento entre os picos consecutivos na série temporal.

4 ACOPLAMENTO ENTRE NEURÔNIOS

O acoplamento entre neurônios desempenha um papel fundamental na dinâmica desses sistemas complexos. Descrever e analisar esse fenômeno permite compreender processos naturais, eventualmente permitindo desenvolvimentos tecnológicos, por exemplo, na construção de redes neurais artificiais. Os acoplamentos podem ser classificados como unidirecionais, quando a influência ocorre de um neurônio para outro sem retroalimentação; ou bidirecionais, quando há troca mútua de sinais entre os neurônios conectados. Nessa dissertação, vamos tratar exclusivamente do acoplamento unidirecional, o que nos permite analisar de forma mais direta a propagação de impulsos elétricos e químicos ao longo de redes neurais.

4.1 ACOPLAMENTO UNIDIRECIONAL

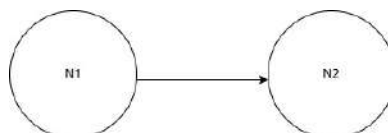
Em redes neurais o acoplamento unidirecional caracteriza-se por uma conexão assimétrica entre dois neurônios, na qual apenas um dos elementos exerce influência sobre o outro. Nesse arranjo diretivo, o neurônio emissor envia sinais ao neurônio receptor, sem que ocorra qualquer retroalimentação.

A Figura 24 esquematiza essa configuração, cuja descrição pode ser genericamente feita pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f(x_1) \\ \dot{x}_2 = f(x_2) + h(x_1, x_2) \end{cases} \quad (25)$$

onde x_1 e x_2 representam os vetores de estado dos neurônios N_1 e N_2 , respectivamente. As funções f e g correspondem à dinâmica individual de cada neurônio, enquanto $h(x_1, x_2)$ modela o efeito do sinal de N_1 sobre N_2 .

Figura 24 – Representação esquemática do acoplamento unidirecional: o neurônio N_1 envia sinais a N_2 , mas não recebe influência de volta.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Nesta dissertação, consideramos **acoplamentos elétrico e químico**. descritos nas subseção 4.1.1 e 4.1.2 vai apresentar detalhes e descrições deses acoplamento,descrevendo suas propriedades dinâmicas e seus efeitos na propagação de sinais neurais.

4.1.1 Acoplamento elétrico

A seção 2.4.1 abordou a sinapse elétrica do ponto de vista biológico. Agora, vamos reinterpretar esse fenômeno no contexto de um neurônio artificial. A sinapse elétrica pode ser modelada pela adição de um termo de acoplamento na equação 23, que representa o potencial de membrana. Esse termo de acoplamento é proporcional à diferença de potencial entre os neurônios conectados.

Dessa forma, para o neurônio i , a equação modificada assume a seguinte forma:

$$k_e = g_e(x_j - x_i) \quad (26)$$

O acoplamento elétrico entre neurônios é determinado pela diferença de potencial elétrico entre eles, sendo descrito pelo termo k_e , onde g_e representa a condutância elétrica da sinapse e $(x_j - x_i)$ é a diferença de potencial entre os neurônios $j = i - 1$ e i em uma rede unidimensional. As equações para y e z não são modificadas, pois a sinapse elétrica atua diretamente sobre x , que representa o potencial de membrana.

Portanto, o sistema com sinapse elétrica fica assim:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I_i - z_i + g_e(x_j - x_i) \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i \\ \dot{z}_i = r(s(x_i + x_1) - z_i) \end{cases} \quad (27)$$

Isso garante que a corrente elétrica entre os neurônios segue a diferença de potencial, permitindo sincronização ou propagação da atividade neuronal, dependendo do valor de g_e .

Uma propriedade fundamental do acoplamento elétrico entre neurônios é que, quanto maior o valor da condutância elétrica g_e , mais forte será a interação sináptica entre as células. Esse tipo de acoplamento ocorre através de estruturas chamadas *junções comunicantes* (gap junctions), que permitem a passagem direta de íons e moléculas entre os neurônios, gerando uma comunicação quase instantânea Benjamin P.R; Chase (2000), Pereda (2014). Valores típicos de acoplamento são normalmente definidos no intervalo $0 < g_e < 1$. Quando $g_e = 0$, os neurônios estão completamente desacoplados; e quando $g_e = 1$, o acoplamento é considerado máximo. De acordo com Mainieri (2006), para $g_e > 0.55$, a transmissão de informação já pode ser classificada como forte, permitindo uma sincronização eficaz entre os neurônios. No intervalo $0.20 < g_e < 0.5$, o acoplamento é moderado ou fraco, enquanto para $g_e < 0.20$, a sinapse é considerada muito fraca, com baixo impacto sobre a atividade da célula pós-sináptica. Ao contrário das sinapses químicas, que podem ser excitatórias ou inibitórias, as sinapses elétricas são sempre excitatórias, pois a corrente elétrica

flui diretamente de um neurônio para o outro, aumentando a probabilidade de disparo Nordlie E.; Gewaltig (2010) e Purves *et al.*(2018).

4.1.2 Acoplamento Químico

Como discutido na seção 2.4.2, a sinapse química foi abordada sob o ponto de vista biológico, detalhando os processos de liberação de neurotransmissores e a modulação da transmissão sináptica. Agora, no contexto de um neurônio artificial, esse fenômeno pode ser representado por um termo adicional na equação 23 do potencial de membrana. Diferente do acoplamento elétrico, onde a interação depende diretamente da diferença de potencial entre os neurônios, a sinapse química é modulada pela ativação dos canais sinápticos, que seguem uma dinâmica sigmoideal em função do potencial pré-sináptico.

A expressão matemática utilizada para implementar o comportamento descrito acima, o acoplamento químico entre dois neurônios i e $j = i - 1$, é feita pela diferença do valor do potencial de x_i com um valor de corte V_c (potencial inverso) e a função de ativação $\Gamma(x_j)$ Baptista, Kakmeni e Grebogi (2010).

$$k_c = g_c(x_i - V_c)\Gamma(x_j), \quad (28)$$

onde a função de ativação sigmoideal $\Gamma(x_j)$ é definida como:

$$\Gamma(x_j) = \frac{1}{1 + \exp[-\lambda(x_j - \theta)]} \quad (29)$$

Nessa formulação, g_c representa a força do acoplamento químico, V_c é o potencial de reversão da sinapse química, λ define a inclinação da sigmoide, e θ é o limiar de ativação da sinapse.

A sinapse química é incorporada ao modelo por meio de um termo de acoplamento adicionado à equação 23 de x_i , representando o potencial de membrana. Esse termo descreve a contribuição da atividade do neurônio pré-sináptico sobre o pós-sináptico, modulada por parâmetros como g_c , V_c , λ e θ . As equações para y_i e z_i , associadas à dinâmica interna do neurônio, permanecem inalteradas:

$$\begin{cases} \dot{x}_i &= y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I_i - z_i + \frac{g_c(x_i - V_c)}{[1 + e^{-\lambda(x_{i-1} - \theta)}]} \\ \dot{y}_i &= c - dx_i^2 - y_i, \\ \dot{z}_i &= -rz_i + rs(x_i - x_0). \end{cases} \quad (30)$$

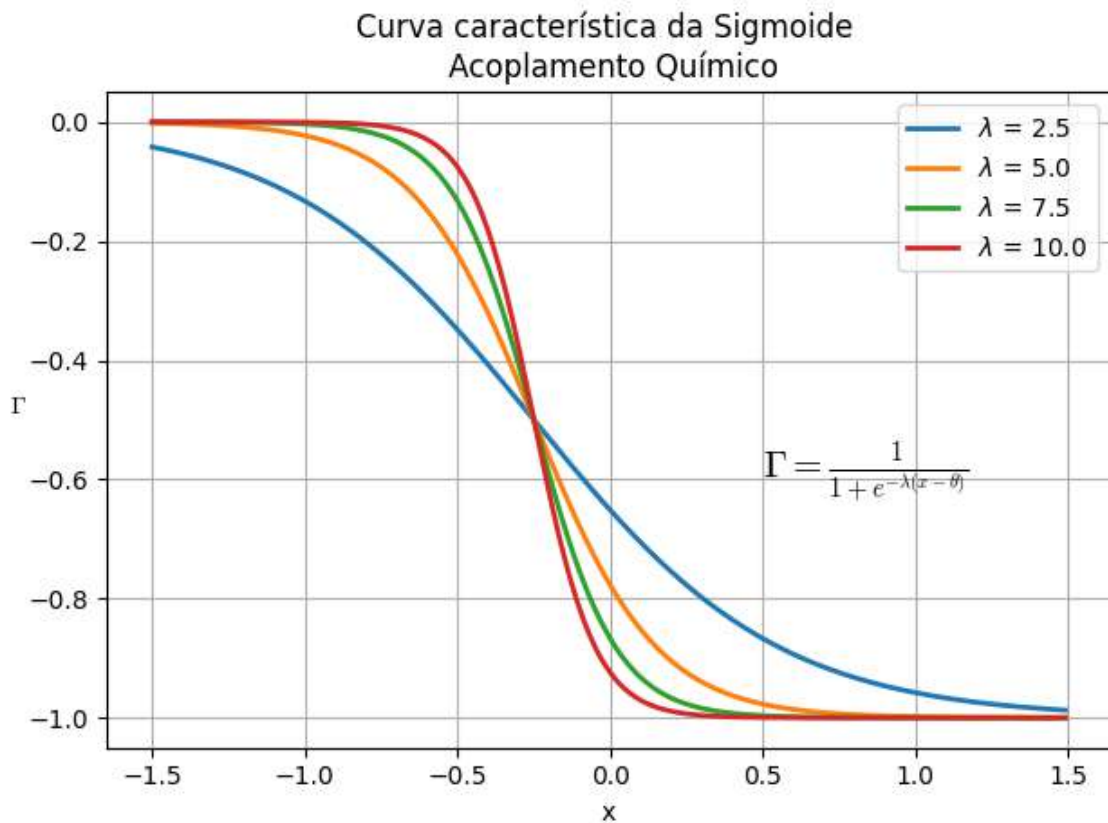
Essa formulação garante que a corrente sináptica depende do estado do neurônio pré-sináptico, permitindo diferentes dinâmicas de sincronização conforme os parâmetros do acoplamento químico

variam . Com o aumento da força do acoplamento g_c , é possível controlar os estado da sinapse em excitatório ou inibitório Baptista, Kakmeni e Grebogi (2010) e Wang *et al.*(2022). Uma sinapse está em estado excitatório quando o neurônio receptor é estimulado a disparar pulsos semelhantes aos gerados pelo neurônio emissor. Em contrapartida, uma sinapse em estado inibitório impede o neurônio receptor de reproduzir o mesmo sinal do neurônio emissor, sendo assim:

$$\begin{cases} \text{Estado Excitatório} & \rightarrow g_c > 0 \\ \text{Estado Inibitório} & \rightarrow g_c < 0 \end{cases}$$

A Figura 25 ilustra as curvas características da função sigmoide utilizada para modelar o acoplamento químico entre neurônios. Essa função descreve como a influência do neurônio pré-sináptico sobre o pós-sináptico varia de forma não linear, sendo modulada por parâmetros como o limiar de ativação e a inclinação da curva.

Figura 25 – As curvas características do acoplamento químico para $\theta = 0.25$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

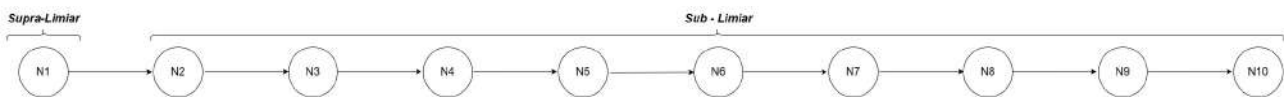
4.2 TOPOLOGIA DAS REDES NEURAIS

A topologia de uma rede neural define como os neurônios estão interconectados, determinando a dinâmica coletiva do sistema e a propagação dos sinais entre neurônios. Neste trabalho, utilizamos duas topologias principais: unidimensional e bidimensional. Na topologia unidimensional, os neurônios são dispostos em uma cadeia linear, onde cada neurônio interage apenas com seus vizinhos mais próximos. Essa configuração permite estudar a propagação sequencial de sinais e analisar o papel da conectividade local na sincronização e na transmissão de atividade neural ao longo da rede. Já na topologia bidimensional, os neurônios são organizados em uma grade (ou malha), possibilitando conexões tanto horizontais quanto verticais. Essa estrutura mais complexa aproxima-se de arranjos encontrados em regiões corticais e permite uma investigação mais detalhada da influência da conectividade espacial e da difusão de sinais em múltiplas direções.

4.2.1 Topologia Unidimensional para neurônios acoplados eletricamente

As equações diferenciais 23 são descritas para um neurônio. Ver seção 3.4. Usamos essas equações na descrição do comportamento dinâmico da rede. O neurônio N_1 está no regime **supra-limiar**, enquanto os neurônios N_2 a N_{10} estão no regime **sub-limiar**. Cada neurônio interage com seus vizinhos por meio de acoplamentos elétricos g_e , que afetam a variável x . Essas interações determinam a evolução da dinâmica ao longo do tempo, formando um sistema acoplado, conforme ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Topologia da rede Unidimensional com dez neurônios



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Generalizando a equação 23, para uma forma geral, onde descreve o comportamento dos nove neurônios no regime *sub-limiar*. A utilização de índice permite representar de maneira compacta múltiplos neurônios da cadeia.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 - z_i + I_{sth} + g_e(x_{i-1} - x_i), \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i, \\ \dot{z}_i = r[s(x_i - x_0) - z_i], \end{cases} \quad (31)$$

para:

- $i = 2, \dots, N$, com $N = 10$;

- I_{sth} é a corrente de sub-limiar.

4.2.2 Topologia Unidimensional para neurônios acoplados Quimicamente

No caso do **acoplamento químico**, a dinâmica dos neurônios segue a topologia apresentada na Figura 26 e é descrita pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I_{sth} - z_i + \frac{g_c(x_i - V_c)}{1 + e^{-\lambda(x_i - 1 + 0.25)}} \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i \\ \dot{z}_i = -rz_i + rs(x_i - x_0) \end{cases} \quad (32)$$

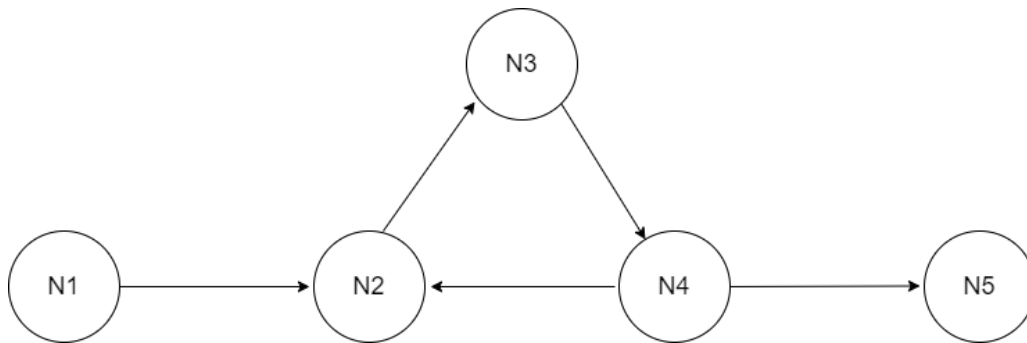
para:

- $i = 2, \dots, N$, com $N = 10$;
- I_{sth} é a corrente de sub-limiar.

4.2.3 Topologia Bidimensional para neurônios acoplados eletricamente

A Figura 27 ilustra a topologia utilizada em 2D, mostrando uma rede de cinco neurônios, na qual os neurônios N_2 , N_3 e N_4 estão conectados, formando um loop.

Figura 27 – Topologia da rede de cinco neurônios



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A equação 23 é descrita para $N1$. Ver seção 3.4.

Para o neurônio 1:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1 - ax_1^3 + bx_1^2 + I_0 - z_1 + g_e(x_1 - x_2), \\ \dot{y}_1 = c - dx_1^2 - y_1, \\ \dot{z}_1 = r(s(x_1 - x_0) - z_1). \end{cases} \quad (33)$$

Para o neurônio 2:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = y_2 - ax_2^3 + bx_2^2 + I_{sth} - z_2 + g_e(x_2 - x_3) + g_e(x_2 - x_4), \\ \dot{y}_2 = c - dx_2^2 - y_2, \\ \dot{z}_2 = r(s(x_2 - x_0) - z_2) \end{cases} \quad (34)$$

Para os demais neurônios:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I_{sth} - z_i + g_e(x_i - x_{i+1}), \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i, \\ \dot{z}_i = r(s(x_i - x_0) - z_i). \end{cases} \quad (35)$$

Generalizamos a equação 35 para n neurônios onde apresenta a descrição da dinâmica dos neurônios e suas interações conforme a topologia representada na figura 27, refletindo a influência entre os neurônios por meio do acoplamento elétrico .

4.2.4 Topologia Bidimensional para neurônios acoplados quimicamente

Generalizamos a equação do modelo de Hindmarsh-Rose a equação 23 para descrever uma rede composta por n neurônios acoplados. A dinâmica de cada neurônio i ($i = 1, 2, \dots, n$) é dada pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

Neurônio 1:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1 - ax_1^3 + bx_1^2 - z_1 + I_0, \\ \dot{y}_1 = c - dx_1^2 - y_1, \\ \dot{z}_1 = r(s(x_1 - x_0) - z_1). \end{cases} \quad (36)$$

Neurônio 2:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = y_2 - ax_2^3 + bx_2^2 + I_{sth} - z_2 + \frac{g_c(x_2 - 2.0)}{[1 + e^{-\lambda(x_1 + 0.25)}]} + \frac{g_c(x_2 - 2.0)}{[1 + e^{-\lambda(x_4 + 0.25)}]} \\ \dot{y}_2 = c - dx_2^2 - y_2, \\ \dot{z}_2 = -rz_2 + rs(x_2 - x_0). \end{cases} \quad (37)$$

Neurônio i:

$$\begin{cases} \dot{x}_i &= y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I_{sth} - z_i + \frac{g_c(x_i - 2.0)}{[1 + e^{-\lambda(x_{i-1} + 0.25)}]} \\ \dot{y}_i &= c - dx_i^2 - y_i, \\ \dot{z}_i &= -rz_i + rs(x_i - x_0). \end{cases} \quad (38)$$

Neste sistema x_i representa o potencial de membrana do neurônio i , enquanto y_i e z_i são variáveis auxiliares que contribuem para a dinâmica intrínseca do modelo, associadas, respectivamente, a mecanismos de recuperação rápida e adaptação lenta. O termo adicional na equação de $\dot{x}_i$ introduz um acoplamento *químico* funcional entre os neurônios da rede, com intensidade g_c , modulado por uma função sigmoide dependente do estado do neurônio anterior x_{i-1} . Os parâmetros a , b , c , d , r , s , x_0 , λ e I_{sth} determinam as propriedades individuais de cada neurônio e a forma do acoplamento entre eles.

5 PROPAGAÇÃO EM REDES NEURAIS SUB-LIMIARES NO MODELO HR

A propagação da atividade sináptica em redes neurais unidimensionais compostas por dez neurônios Figura 26; e bidimensionais com 5 neurônios Figura 27, em regimes sub-limiare, é fortemente modulada pelos mecanismos de acoplamento entre neurônios, com destaque para o acoplamento elétrico via junções gap e o acoplamento químico via sinapses. Esses mecanismos contribuem de maneiras distintas para a transmissão dos impulsos nervosos, especialmente em regimes nos quais os neurônios, quando isolados, não apresentam atividade espontânea.

Neste capítulo, investigamos como a modulação dos parâmetros de acoplamento influencia a propagação da atividade em redes neurais sub-limiare. Consideramos separadamente o acoplamento elétrico, controlado pelo parâmetro g_e , e o acoplamento químico, caracterizado pelos parâmetros g_c (intensidade da conexão sináptica) e λ (relacionado à dinâmica temporal da sinapse). No caso químico, realizamos um estudo sistemático variando o parâmetro λ , a fim de compreender seu impacto na eficiência da transmissão de sinais e na sustentação da atividade coletiva.

No contexto do acoplamento elétrico, destacamos o fenômeno de *renascimento* (do inglês *revival*), no qual oscilações coletivas reaparecem após serem suprimidas por mudanças paramétricas, evidenciando a resiliência dinâmica das redes acopladas. Para o acoplamento químico, além da variação de g_c , a análise da influência de λ permite avaliar como diferentes escalas temporais sinápticas afetam a propagação da atividade.

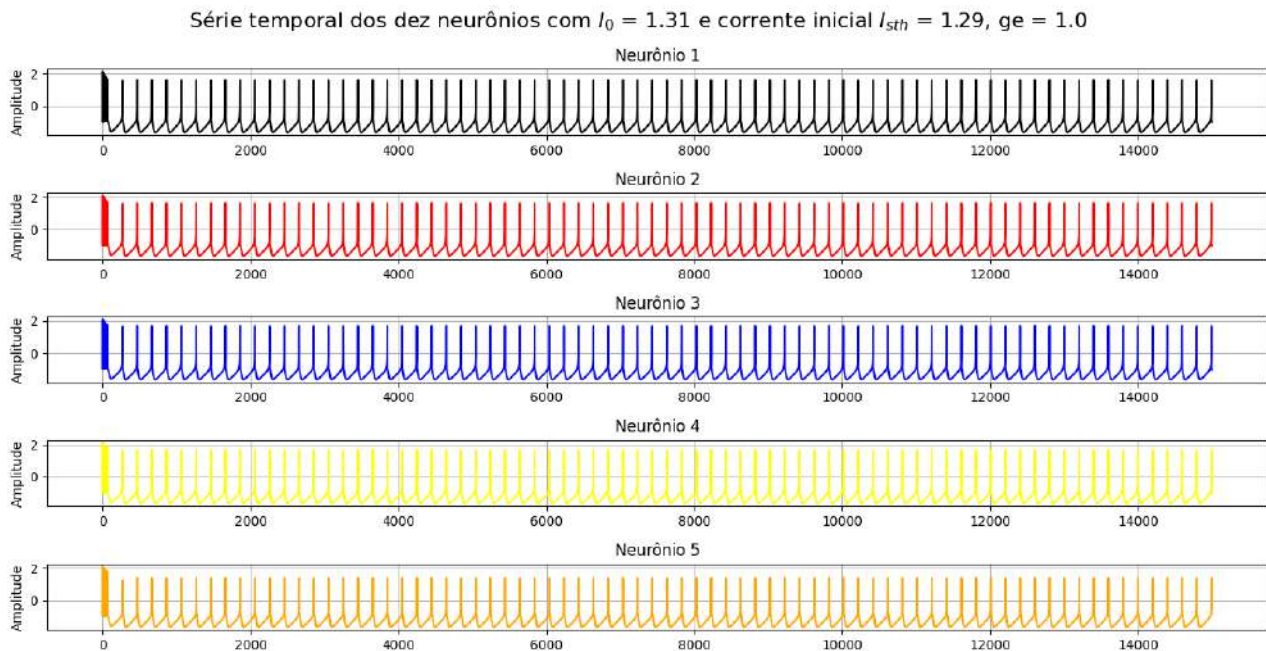
Um dos eixos centrais deste estudo é a determinação do limiar crítico de corrente (I_{sth}), abaixo do qual a rede ainda mantém a capacidade de propagar atividade, mesmo na ausência de disparos espontâneos. Essa análise é complementada pela investigação de auto-oscilações em uma topologia bidimensional específica: um *loop* triangular. Nessa configuração geométrica, examinamos como a retroalimentação intrínseca, gerada pelo arranjo espacial, sustenta atividade rítmica na ausência de estímulos externos, com ênfase no papel do acoplamento químico (g_c e λ) na manutenção dessas dinâmicas.

5.1 REVIVAL DE OSCILAÇÕES EM REDES NEURAIS ACOPLADAS ELETRICAMENTE SOB CONDIÇÕES SUB-LIMIARES

Neste tópico, utilizamos uma rede composta por dez neurônios conforme mostrado na Figura 26, acoplados eletricamente com intensidade $g_e = 1,0$, mantendo os demais parâmetros conforme especificado na Tabela 1. A corrente de entrada foi fixada em $I_0 = 1,31$ apenas para o neurônio n_1 , colocando-o em regime supra-limiar, ou seja, acima do limiar necessário para o disparo espontâneo.

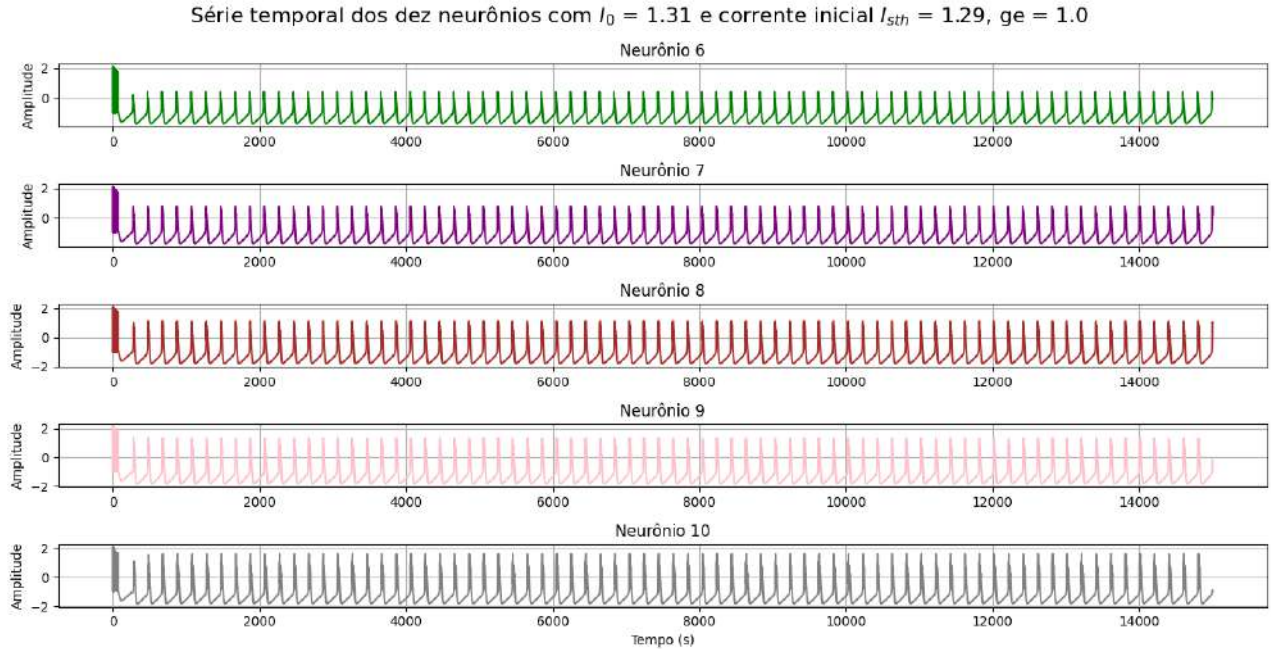
Os demais neurônios da rede (n_2 a n_{10}) permaneceram com corrente constante $I_{sth} = 1,29$, em regime sub-limiar. Apesar disso, os neurônios n_2, n_3, n_4 e n_5 apresentaram disparos regulares devido ao acoplamento elétrico, que permite a propagação do sinal oscilatório gerado por n_1 ao longo da rede, fornecendo corrente efetiva suficiente para excitar os neurônios subsequentes. No entanto, ao atingir os neurônios n_6 e n_7 , a propagação parece cessar temporariamente, com esses neurônios apresentando atividade quase silenciada, o que sugere uma interrupção definitiva da propagação. Surpreendentemente, observa-se que, a partir do neurônio n_8 , a atividade oscilatória é restaurada de forma robusta, mantendo-se presente também nos neurônios seguintes n_9 e n_{10} . Esse fenômeno é caracterizado como **renascimento** (*revival*) da atividade oscilatória em redes acopladas e revela que, mesmo quando a dinâmica parece ter sido suprimida localmente, a interação elétrica ($x_i - x_{i+1}$) pode restaurar o regime oscilatório, sem que haja alteração dos parâmetros de corrente. Tal comportamento demanda investigação considerando detalhadamente o termo de acoplamento químico. O renascimento observado entre n_8 e n_{10} , após a suposta falha em n_6 e n_7 , ilustra uma reorganização espontânea da dinâmica com um acoplamento diferencial de sistemas neurais. Ver as Figuras 28 e 29.

Figura 28 – Séries temporais dos neurônios n_1 a n_5 do oscilador Hindmarsh-Rose, com corrente $I_0 = 1,31$ aplicada ao neurônio n_1 (regime supra-limiar) e corrente constante $I_{sth} = 1,29$ para os neurônios n_2 a n_5 (regime sub-limiar), sob acoplamento elétrico $g_e = 1,0$. O acoplamento permite a propagação da atividade oscilatória iniciada em n_1 , excitando os neurônios seguintes mesmo abaixo do limiar individual, caracterizando a transferência e sustentação coletiva do sinal na rede.



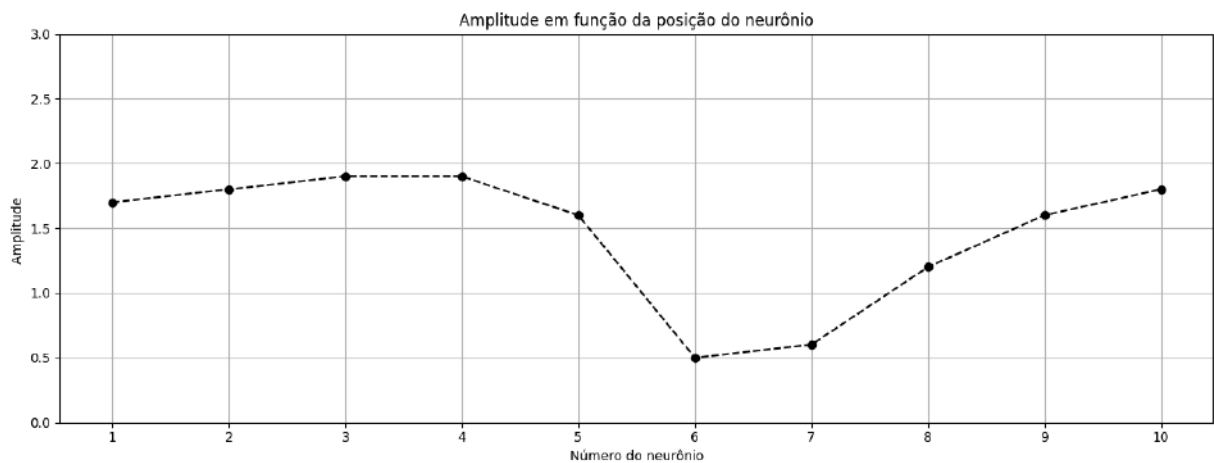
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 29 – Séries temporais dos neurônios n_6 a n_{10} do oscilador Hindmarsh-Rose, mantendo os parâmetros anteriores. Observa-se uma supressão temporária da atividade nos neurônios n_6 e n_7 , seguida pelo fenômeno de renascimento da oscilação a partir do neurônio n_8 , onde a atividade é restaurada espontaneamente. Esse fenômeno evidencia a resiliência dinâmica da rede, na qual a interação coletiva entre neurônios pode reorganizar a atividade e restabelecer o regime oscilatório mesmo após falhas locais temporárias.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 30 – Amplitude da variável $x(t)$ em função do número de neurônio em uma rede unidimensional.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 30 apresenta a amplitude da variável $x(t)$ em função da posição de cada neurônio na rede. Observa-se que os neurônios N_1 a N_5 mantêm amplitudes elevadas e relativamente estáveis, próximas de 1,9. No entanto, há uma queda acentuada na amplitude a partir do neurônio N_6 , atingindo seu valor mínimo em N_6 com cerca de 0,5. Essa redução persiste em N_7 , indicando uma silenciada na propagação do sinal nesses pontos da rede. A partir do neurônio N_8 , a amplitude volta a crescer progressivamente até recuperar valores similares aos iniciais em N_{10} . Essa queda abrupta nos neurônios 6 e 7 esta relacionada ao fenômeno do **renascimento** neural.

5.2 ACOPLAMENTO ELÉTRICO UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_e COM SINAL EXTERNO.

Nesse tópico utilizamos dez neurônios acoplados eletricamente com diversos valores de g_e e os valores dos parâmetros restantes da Tabela 1. A corrente de entrada foi fixada em $I_0 = 1.31$, para o primeiro neurônio “supra-limiar”, ou seja, acima do limiar de disparo. Como critério de análise para verificar a propagação de sinal na rede, foi adotado o valor de referência 0,5, que corresponde a aproximadamente **25% da amplitude** típica dos disparos supra-limiais do primeiro neurônio. Esse limiar garante que pequenas oscilações decorrentes apenas do acoplamento elétrico não sejam confundidas com disparos efetivos, assegurando que a propagação seja identificada apenas quando o sinal ultrapassar uma fração significativa da amplitude característica do neurônio supra-limiar.

A Tabela 4 apresenta os valores mínimos de corrente (I_{sth}) necessários para que ocorra a propagação do sinal ao longo de uma cadeia de neurônios acoplados unidirecionalmente por sinapses elétricas, em função da intensidade do fator de acoplamento elétrico g_e . Observa-se que, à medida que o valor de g_e aumenta, o limiar de corrente necessário para a propagação do sinal diminui. para $g_e = 0.2$, é necessário um valor de corrente igual ou superior a $I_{sth} = 1.27$ para garantir a propagação, enquanto para $g_e = 1.0$, esse valor decai para $I_{sth} = 0.8$.

Observa-se que para os neurônios da cadeia, mesmo com I_{sth} longe do limiar de disparo, a força do acoplamento alta consegue manter a propagação do sinal. Essa relação fica em evidência no gráfico da Figura 33.

Tabela 4 – Resposta do sistema para diferentes valores de acoplamento elétrico (g_e).

g_e	I_{sth}	Resposta
0,2	$\geq 1,27$	Tem propagação do sinal
0,3	$\geq 1,20$	Tem propagação do sinal
0,4	$\geq 1,10$	Tem propagação do sinal
0,6	$\geq 1,00$	Tem propagação do sinal
1,0	$\geq 0,80$	Tem propagação do sinal
1,5	$\geq 0,80$	Tem propagação do sinal
2,0	$\geq 0,90$	Tem propagação do sinal

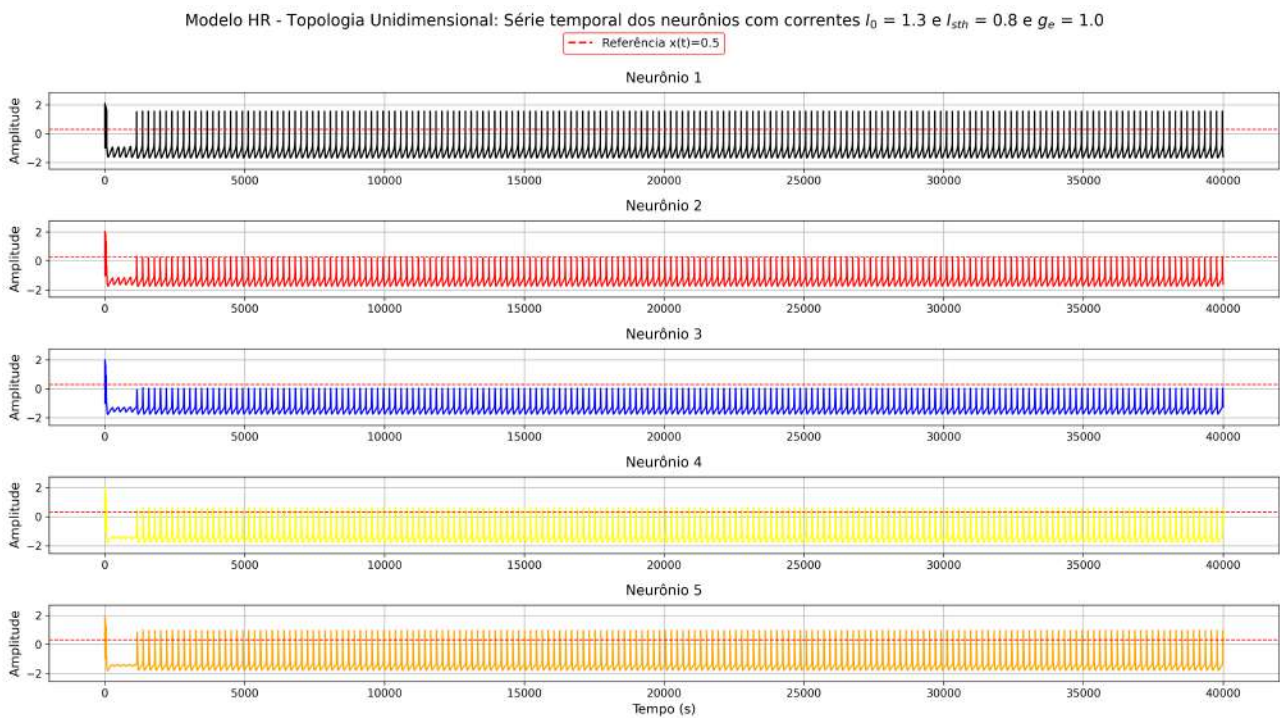
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

As séries temporais apresentadas a seguir estão de acordo com os valores de acoplamento elétrico (g_e) e corrente limiar (I_{sth}) indicados na Tabela 4. Cada gráfico ilustra a evolução da atividade elétrica dos neurônios ao longo do tempo, destacando os regimes em que ocorre a propagação do sinal. Essa representação gráfica complementa a análise da tabela, permitindo visualizar a influência

direta do acoplamento elétrico sobre a dinâmica da rede neuronal.

As Figuras 31 e 32, estão com fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.0$, a propagação do sinal se mantém estável até o último neurônio da rede quando a corrente de fundo nos neurônios sub-limiais está em $I_{sth} \geq 0.8$. Esse valor indica um limiar significativamente reduzido em comparação com acoplamentos menores, demonstrando que o aumento do acoplamento fortalece a capacidade de propagação do sinal na rede.

Figura 31 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1.31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .

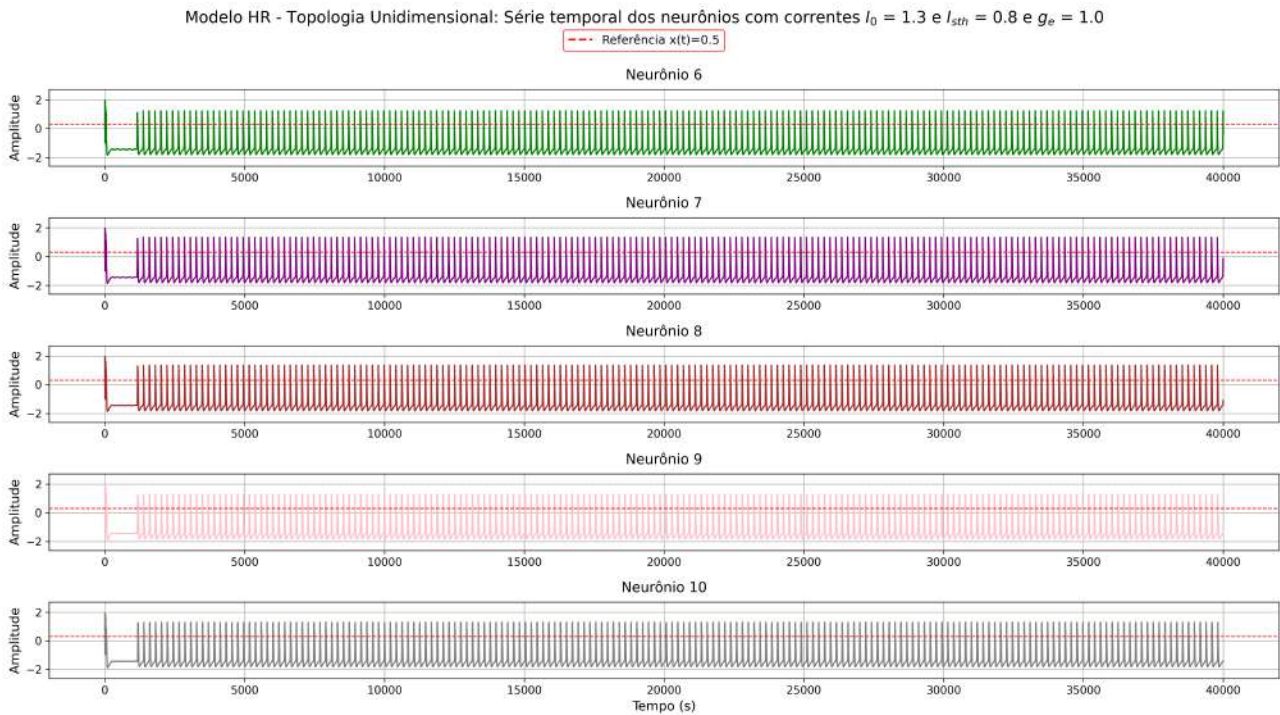


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

O gráfico da Figura 33 mostra a relação entre a corrente de limiar I_{sth} e o acoplamento elétrico g_e em uma rede composta por dez neurônios acoplados eletricamente, onde apenas o neurônio 1 está no regime supra-limiar e os demais (neurônios 2 a 10) permanecem no regime sub-limiar. O objetivo da análise é identificar a menor corrente necessária para que o sinal do neurônio 1 se propague efetivamente por toda a rede, em função da intensidade do acoplamento elétrico.

Observa-se uma tendência de queda entre g_e e I_{sth} para os valores de acoplamento entre 0.2 e 1.0. À medida que o acoplamento elétrico aumenta, a corrente mínima exigida para que ocorra propagação do sinal diminui significativamente. Por exemplo, para $g_e = 0.2$, a corrente mínima nos neurônios sub-limiais deve ser de pelo menos $I_{sth} = 1.27$, enquanto para $g_e = 1.0$, a propagação ainda ocorre com valores tão baixos quanto $I_{sth} = 0.8$. Essa redução indica que o aumento da força de acoplamento facilita a transmissão do sinal, permitindo que neurônios inicialmente sub-limiais

Figura 32 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .

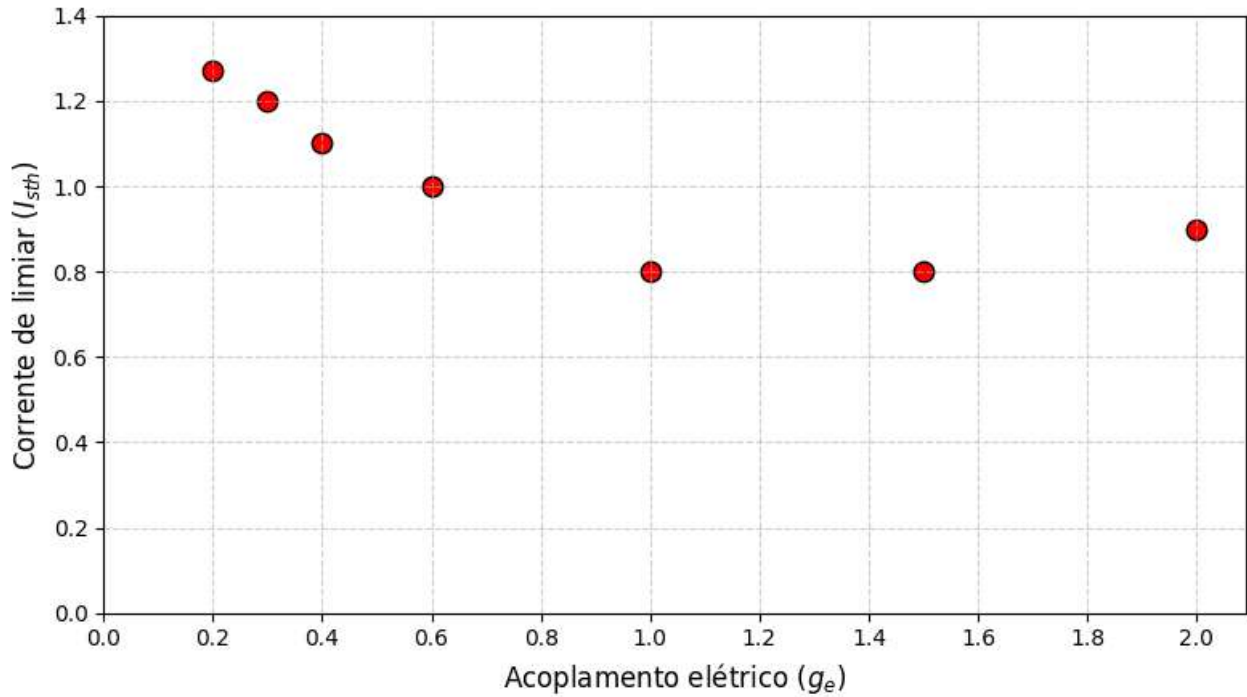


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

sejam ativados com menor corrente de entrada.

Entretanto, essa tendência não se mantém para valores maiores de acoplamento. Para $g_e = 1.5$, o limiar de corrente permanece em $I_{sth} = 0.8$, o mesmo valor obtido para $g_e = 1.0$, sugerindo uma saturação no efeito de propagação. Já para $g_e = 2.0$, observa-se um leve aumento no limiar, sendo necessário $I_{sth} \geq 0.9$ para garantir a propagação do sinal. Isso sugere que, embora aumentos iniciais em g_e favoreçam a propagação, há um ponto a partir do qual o efeito estabiliza ou até mesmo regride levemente, possivelmente devido a limitações dinâmicas na rede.

Dessa forma, os dados e o gráfico demonstram que existe uma relação inversa entre o acoplamento elétrico e a corrente mínima necessária para propagação, até um certo limite. A partir de $g_e = 1.0$, o sistema parece atingir um platô, sugerindo que o acoplamento acima da unidade devem ser tratado com precaução. Nesse trabalho evitamos os acoplamentos acima da unidade.

Figura 33 – Relação entre a corrente I_{sth} e o acoplamento g_e 

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.3 ACOPLAMENTO QUÍMICO COM DIFERENTES VALORES DE λ UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_c COM CORRENTE DE EXCITAÇÃO EXTERNA .

Nesta seção, investigamos o efeito do acoplamento químico na propagação do sinal em uma rede neuronal. O neurônio N_1 recebe uma corrente externa fixa de $I_0 = 1,31$, valor supra-limiar, com o único propósito de iniciar o disparo na rede. Os demais neurônios operam em regime sub-limiar com corrente externa $I_{sth} < 1,30$. Foram variando-se os parâmetros do acoplamento químico g_c e da taxa de ativação sináptica λ , com o objetivo de determinar, para cada configuração, o valor mínimo da corrente I_{sth} que ainda garante a propagação do sinal ao longo da rede . Essa análise permite identificar as condições sob as quais o acoplamento químico é capaz de induzir a propagação do disparo, com neurônios abaixo do limiar.

5.3.1 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 0.4$)

Analisamos a propagação da atividade neuronal para $\lambda = 2,5$, observou-se uma propagação eficiente da atividade, com todos os neurônios superando a linha de referência em $x(t) = 0,5$, indicando disparos claros. O valor mínimo de corrente necessário para essa propagação foi $I_{sth} =$

0,9. A série temporal mostra que os neurônios oscilam sequencialmente, com pequenas variações de amplitude, configurando um padrão estável e coordenado ao longo da rede. À medida que o parâmetro λ aumenta, observa-se que a rede exige valores mais elevados de corrente para manter a propagação do sinal. Para $\lambda = 5,0$, a corrente mínima aumentou para $I_{sth} = 1,1$, mas o padrão dinâmico manteve-se semelhante visível nas frequências e amplitudes das oscilações. Quando $\lambda = 7,5$, a corrente necessário atinge $I_{sth} = 1,2$, onde a propagação ocorre de forma estável, com todos os neurônios sendo ativados e superando o valor de referência em $x(t) = 0,5$, confirmando a eficácia da transmissão ver as Figuras 34 e 35. Para $\lambda = 10$, observa-se que o valor de I_{sth} se mantém em 1,2, sugerindo que, a partir desse ponto, o sistema atinge um regime de saturação em que o acoplamento já não contribui significativamente para sustentar a propagação em valores ainda maiores de λ . A Tabela 5 resume os valores mínimos de corrente limiar identificados para cada caso, evidenciando o aumento progressivo de I_{sth} com o crescimento de λ , até a estabilização em 1,2.

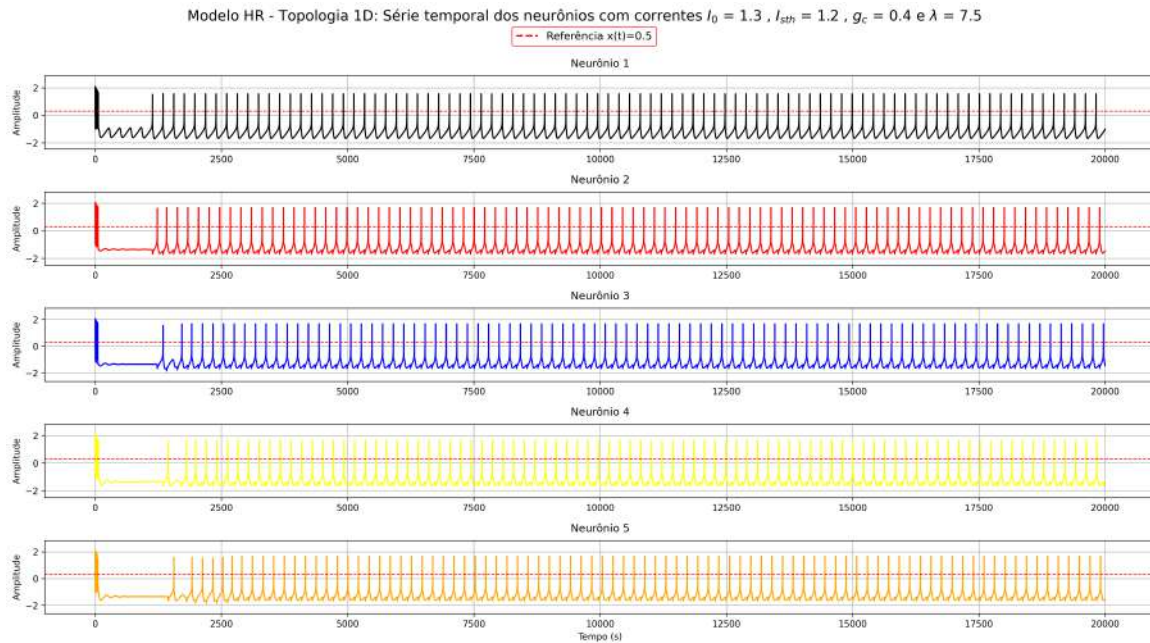
Tabela 5 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 0,4$, em função de λ .

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,9$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 1,1$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

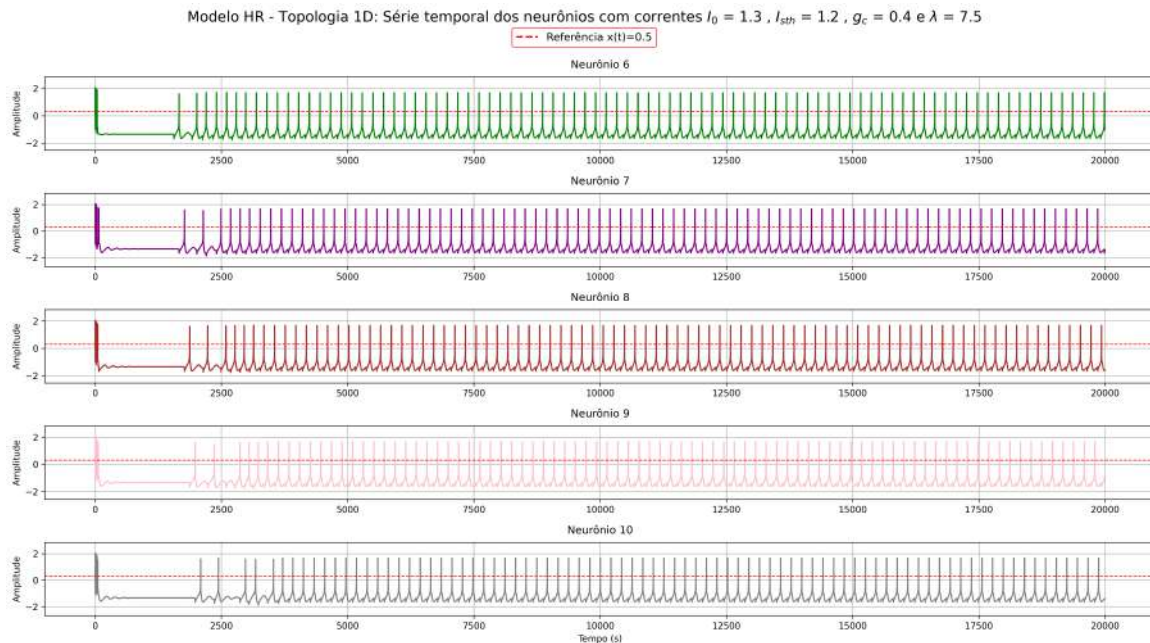
As séries temporais obtidas para cada λ ilustram com clareza o comportamento dinâmico da rede em resposta ao estímulo. Em condições sub-limiare para os neurônios, o acoplamento químico é capaz de sustentar a transmissão da atividade oscilatória, com correntes em torno de $I_{sth} = 1,0$, para cada valor de λ .

Figura 34 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,3$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 35 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,3$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e parâmetro $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

As séries temporais para os $\lambda = 2,5$; $\lambda = 5,0$; $\lambda = 10$, que complementam esta análise encontram-se disponíveis no anexo A.2.1 , permitindo uma visualização mais completa do comportamento dinâmico dos neurônios ao longo do tempo.

5.3.2 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 1.0$)

Com $g_c = 1.0$, a corrente mínima para propagação é menor do que no caso anterior com ($g_c = 0.4$), começando em $I_{sth} = 0.7$ para os $\lambda = 2.5$ e $\lambda = 5.0$. Isso mostra que o acoplamento químico mais forte facilita a propagação com menos exigência de corrente. Entretanto, à medida que λ aumenta para 7.5 e 10, a corrente necessária também aumenta para 1.0.

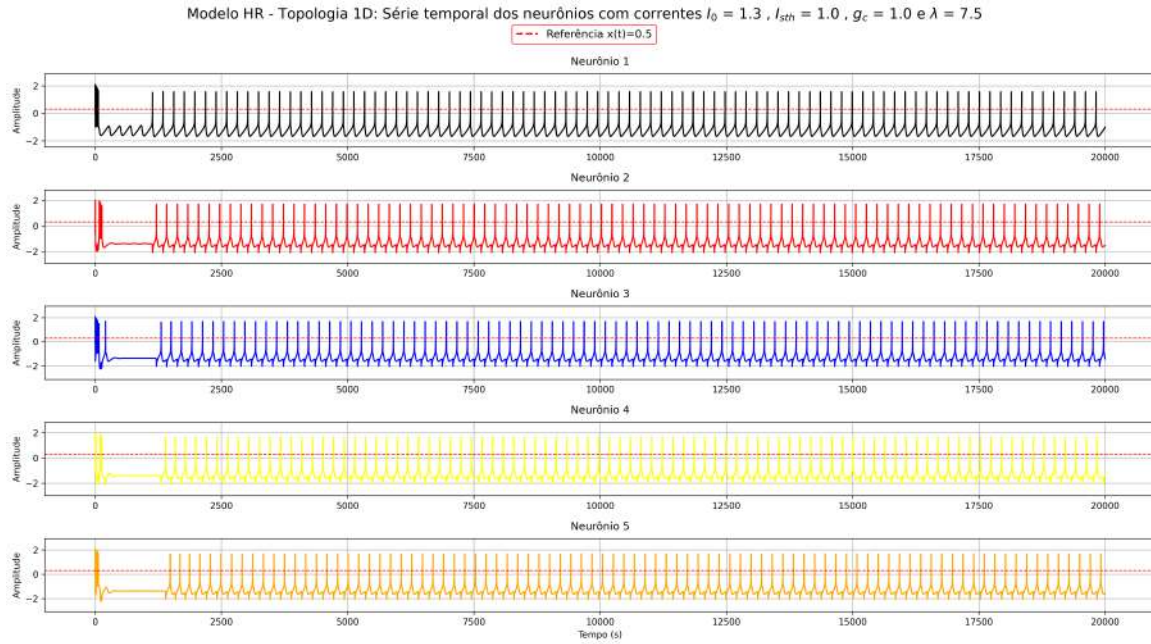
Tabela 6 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 1,0$, em função de λ .

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 1,0$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,0$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

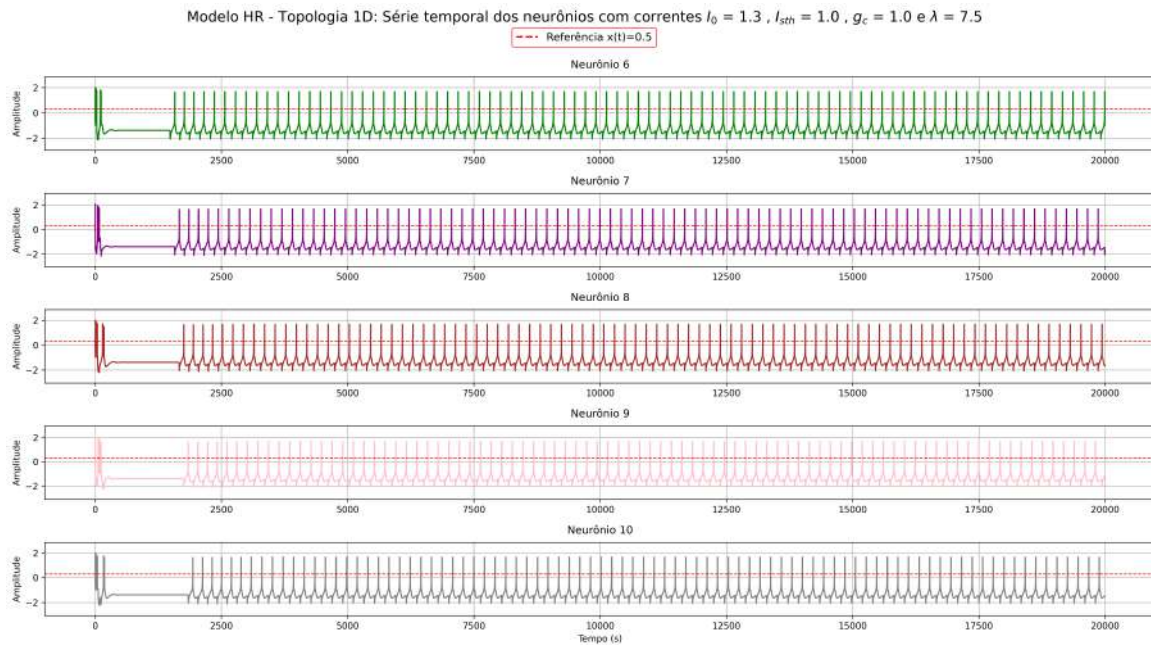
A seguir, são exibidas as séries temporais representativas da atividade dos neurônios para os diferentes valores de λ considerados, com o fator de acoplamento químico fixado em $g_c = 1.0$ conforme apresentado na Tabela 6. Esses gráficos ilustram o comportamento dinâmico da rede neuronal em resposta ao estímulo inicial, permitindo observar de forma clara como a atividade se propaga ao longo da cadeia de neurônios sob forte influência do acoplamento químico. As figuras 36 e 37 apresentam as séries temporais dos potenciais de membrana dos neurônios 1 a 10 de uma rede neural unidimensional com acoplamento químico. Com $\lambda = 7,5$, temos propagação de sinal até a corrente atingir $I_{sth} = 1,0$ para $\lambda = 10$ a propagação ocorre até a corrente $I_{sth} = 1,0$ onde representa o ponto máximo do sinal para esse sistema. Os traçados mostram que todos os neurônios ultrapassam o limiar de amplitude indicado pela linha tracejada vermelha em $x(t) = 0,5$, confirmando que a propagação se mantém ativa e periódica. As oscilações apresentam amplitudes e frequências semelhantes ao longo da rede, indicando um regime estável de transmissão, sustentado pela combinação entre o valor do I_{sth} , o acoplamento químico e o valor de λ adotado.

Figura 36 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 37 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e parâmetro $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.3.3 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 2.0$)

Com o aumento do fator de acoplamento químico para $g_c = 2.0$ torna o sistema ainda mais sensível à propagação do sinal, em comparação as subseções 5.3.1 ,5.3.2. Para os menores valores de $\lambda = 2,5$ e $5,0$, a propagação cai para $I_{sth} = 0,6$ e $0,7$, respectivamente, evidenciando que um acoplamento químico mais intenso facilita significativamente a excitação da rede. À medida que λ aumenta para $7,5$ e 10 , observa-se uma elevação progressiva na corrente mínima exigida, alcançando $I_{sth} = 0,9$. Esses resultados reforçam que, embora o fortalecimento do acoplamento químico promova a propagação com menores exigências de corrente.

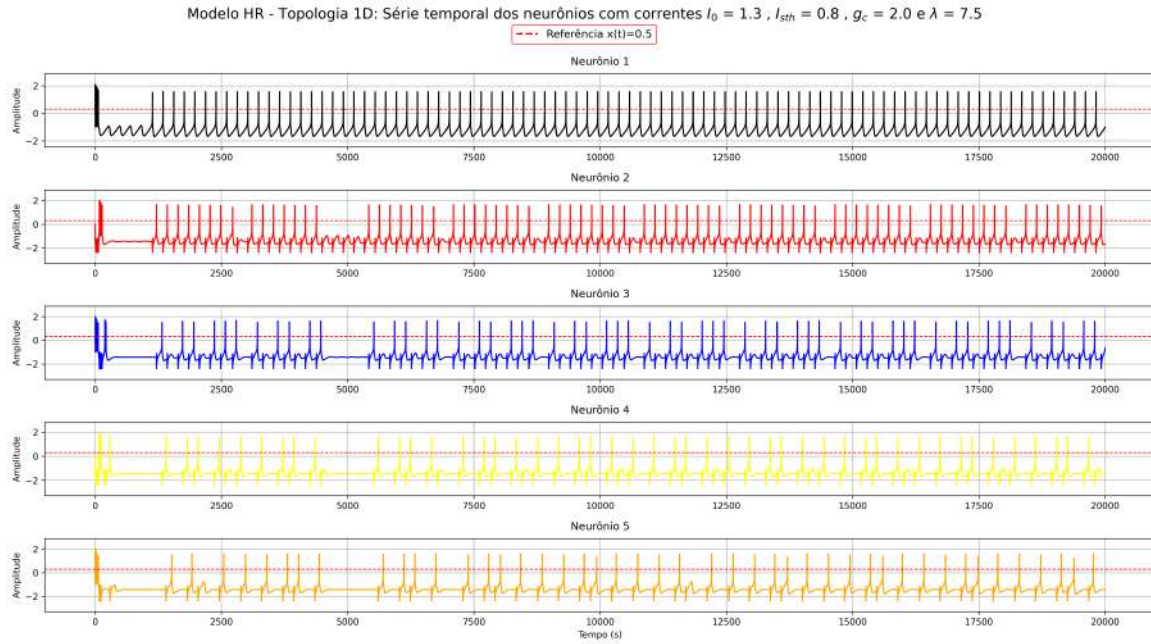
Tabela 7 – Corrente mínima de limiar (I_{sth}) necessária para a propagação do sinal com $g_c = 2,0$, em função de λ .

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,6$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 0,8$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 0,9$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

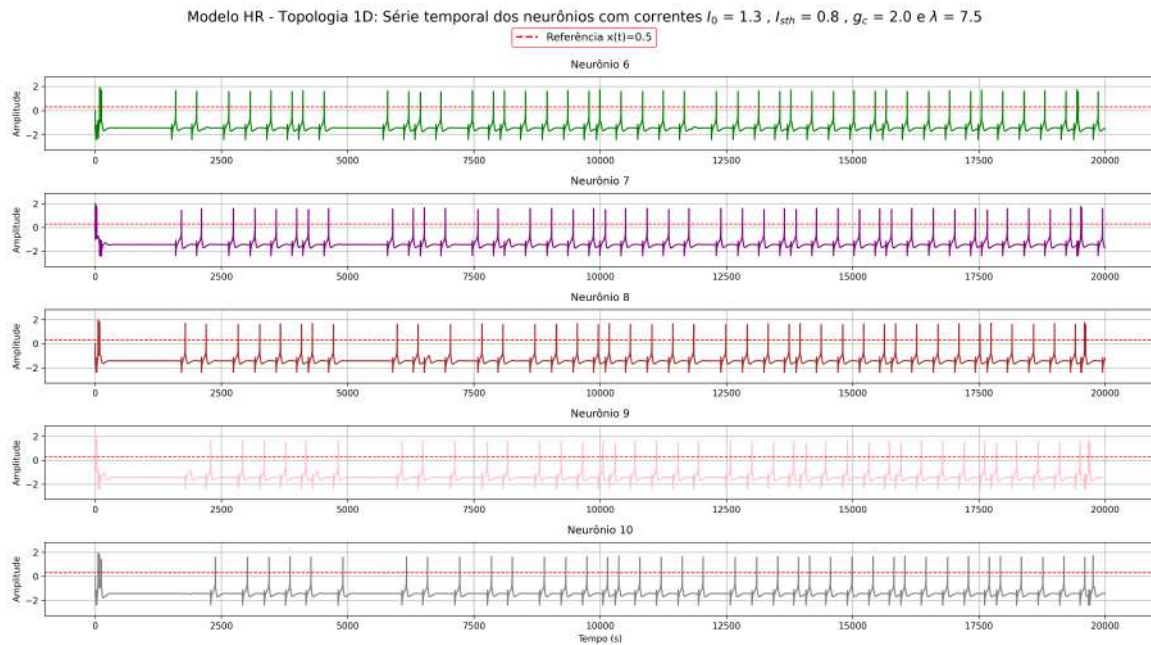
Nas Figura 38 e 39, Observa-se uma propagação visivelmente degradada da atividade ao longo da cadeia de neurônios. Apesar do primeiro neurônio apresentar disparos regulares e bem definidos com amplitudes expressivas, já nos neurônios subsequentes nota-se uma diminuição gradual na qualidade do sinal. A atividade se mantém acima do limiar de disparo em alguns momentos, como evidenciado pela linha vermelha de referência $x(t) = 0,5$, porém com oscilações menos regulares e amplitudes menores, principalmente a partir do neurônio 3 em diante. A degradação do sinal se intensifica progressivamente, resultando em padrões de disparos mais esparsos e com picos cada vez mais atenuados, como observado principalmente entre os neurônios 6 a 10. Esse comportamento indica que, com o valor de $\lambda = 7,5$, o acoplamento químico entre os neurônios não é suficientemente eficaz para manter a transmissão sincronizada e estável ao longo de toda a rede. Vale ressaltar que a corrente $I_0 = 1,3$ permanece fixa em todos os casos, e a corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ foi encontrada empiricamente após diversos testes. No entanto, mesmo com esse valor ajustado, o aumento de λ implicou em um enfraquecimento do regime de transmissão.

Figura 38 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

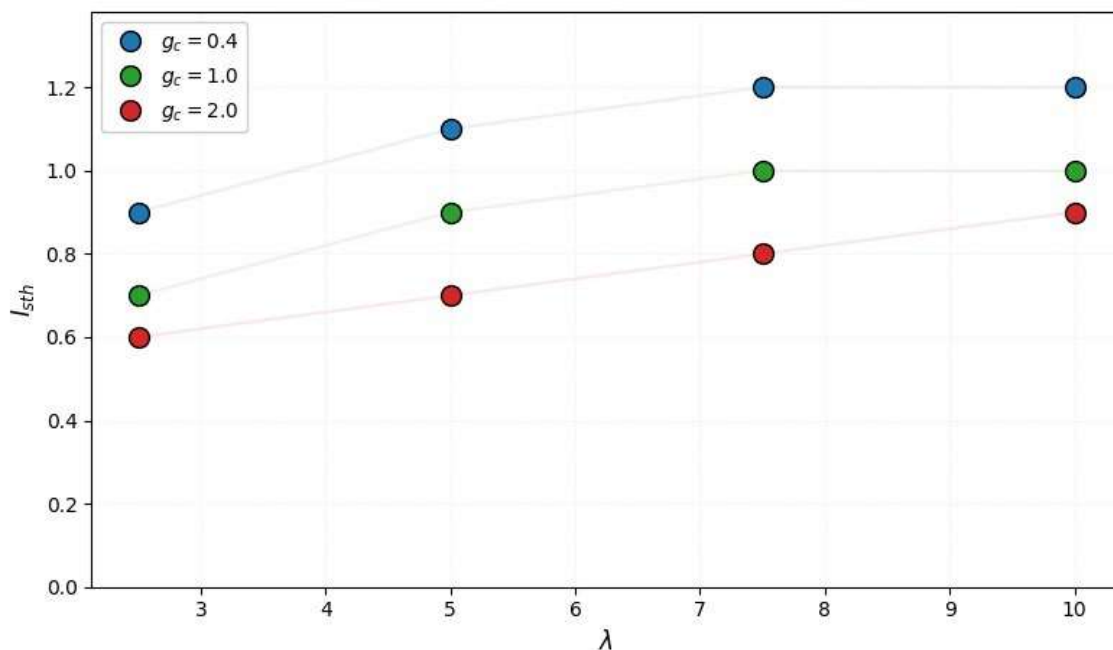
Figura 39 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

As Tabelas 5 , 6, 7, mostram os valores de corrente mínima I_{sth} necessários para que a propagação do sinal ocorra em uma cadeia de neurônios, considerando diferentes valores de g_c . Para $g_c = 0,4$, observa-se que à medida que o parâmetro λ aumenta de 2,5 para 10, o valor de corrente necessário para a propagação também cresce, variando de 0,9 para 1,2. Com $g_c = 1,0$, o comportamento é similar, com a corrente variando de 0,7 a 1,0 conforme λ aumenta de 2,5 para 10. Para $g_c = 2,0$, a corrente também aumenta à medida que λ cresce, porém com uma variação menor, indo de 0,6 a 0,9. Esse comportamento, dado que a equação que descreve o acoplamento químico. Isso fica evidente no gráfico da Figura 40 .

Figura 40 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_c para diferentes λ .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.4 ACOPLAMENTO ELÉTRICO BIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_e COM SINAL EXTERNO

Na simulação são utilizados cinco neurônios acoplados eletricamente com diversos valores de g_e , os outros parâmetros estão na tabela 1. A corrente de entrada foi fixada em $I_0 = 1.31$, para o primeiro neurônio "supra-limiar" ou seja acima do limiar de disparo.

A Tabela 8 apresenta a os resultados para diferentes valores de g_e , com foco na corrente mínima necessária I_{sth} para que ocorra propagação do sinal. Observa-se que, à medida que aumentamos g_e , a corrente de propagação do sinal diminui. Para valores de $g_e = 0.4$ e $g_e = 0.6$, é necessário que a corrente seja igual a 1.3 para que a propagação ocorra. No entanto, ao aumentar para

$g_e = 1.0$, a corrente de limiar cai para 1.2, permanecendo nesse valor também para $g_e = 1.5$. Com um acoplamento ainda maior, $g_e = 2.0$, o limiar é reduzido para 1.1. Esse comportamento é demonstrado no gráfico da Figura 41.

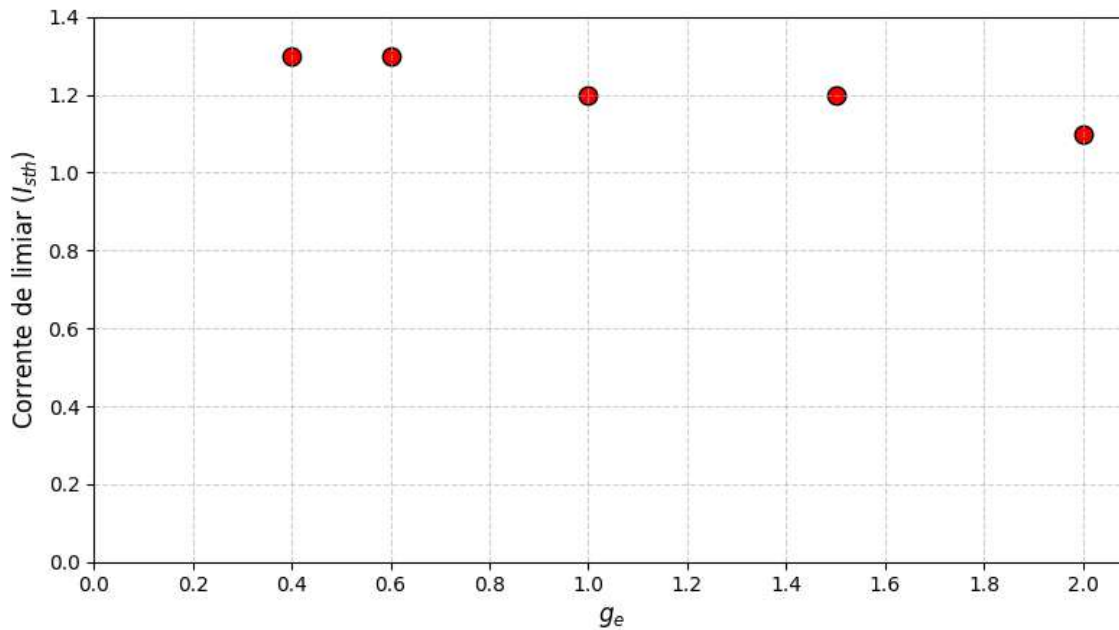
Tabela 8 – Resposta do sistema para diferentes valores de acoplamento elétrico (g_e).

g_e	I_{sth}	Resposta
0,4	$\geq 1,3$	Tem propagação do sinal
0,6	$\geq 1,3$	Tem propagação do sinal
1,0	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal
1,5	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal
2,0	$\geq 1,1$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 41, é mostrado o comportamento da corrente limiar I_{sth} em função do acoplamento elétrico g_e . É possível notar que o limiar de injeção de corrente apresenta uma tendência decrescente à medida que o acoplamento é aumentado. Quando o acoplamento é menor, o limiar é maior, sendo de aproximadamente 1,3 para $g_e = 0,4$ e 0,6. Aumentando o acoplamento para $g_e = 1,0$, o limiar passa para cerca de 1,20, enquanto para $g_e = 1,5$ ele se mantém em 1,20. Por fim, para $g_e = 2,0$, o limiar atinge um valor ainda menor, por volta de 1,10. Isso revela que o acoplamento fortalece a eficácia na propagação do sinal na rede neuronal, exigindo uma quantidade menor de injeção de corrente para que o neurônio dispare. Dessa forma, quanto maior o acoplamento, menor é o limiar de excitação, aumentando a sincronia na comunicação sináptica.

Figura 41 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_e para diferentes λ .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.5 ACOPLAMENTO QUÍMICO COM DIFERENTES VALORES DE λ BIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_c COM SINAL EXTERNO

Nesse tópico são utilizados cinco neurônios conforme mostrado na Figura 27, acoplados quimicamente com diversos valores de g_c . Os outros parâmetros são aqueles da tabela 1.

5.5.1 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 0.4$

5.5.2 Análise para $g_c = 0,4$

Na tabela 9, para $g_c = 0,4$ observa-se que o limiar de injeção de corrente I_{sth} é maior nas configurações com maior λ , mostrando que o acoplamento fraco torna essa propagação sináptica menos eficiente. A tabela revela que para $\lambda = 2,5$ temos a corrente $\geq 0,9$, aumentando para $\geq 1,0$ para $\lambda = 5,0$, chegando a $\geq 1,2$ para $\lambda = 7,5$ e atingindo até $\geq 1,5$ para $\lambda = 10,0$. Isso significa que é preciso aplicar uma maior quantidade de corrente para que o sinal seja propagado na rede de neurônios.

Na Figura 42 as séries temporais é possível notar que os neurônios disparam de forma relativamente desorganizada. Os neurônios disparam de forma irregular e com espaçamento maior. Revelando

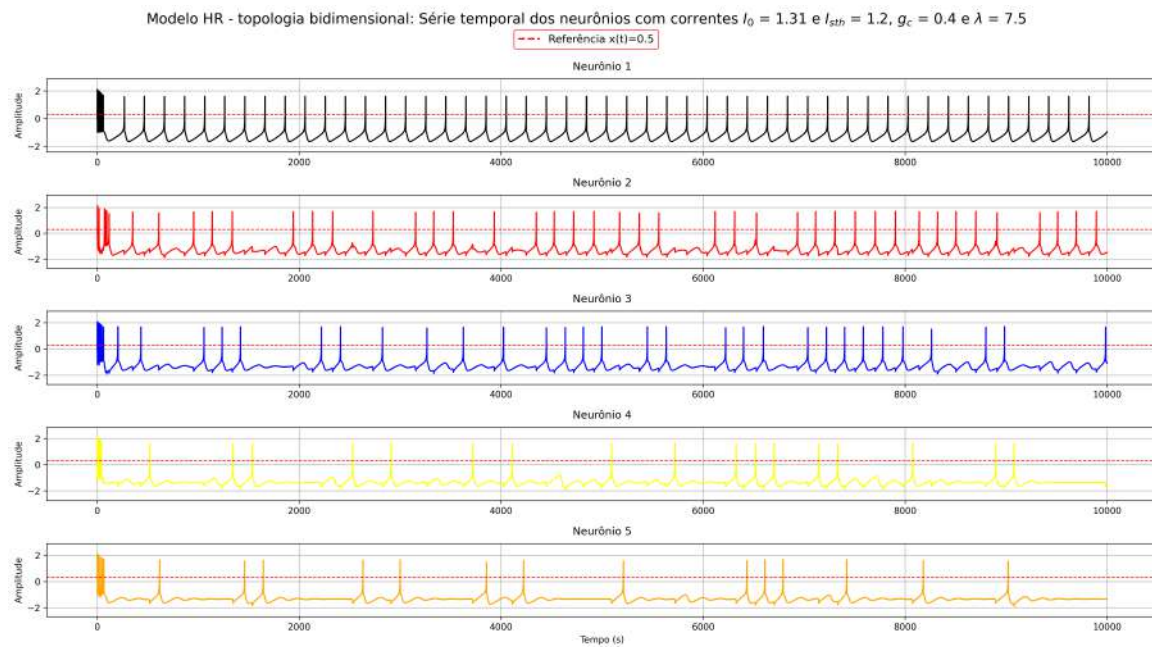
Tabela 9 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 0,4$.

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,9$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 1,1$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,2$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

uma degradação no sinal.

Figura 42 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.5.3 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 1.0$

Com o acoplamento aumentando para $g_c = 1,0$, a injeção de corrente I_{sth} na tabela 10 estão mais baixos que no caso anterior. Por exemplo, para $\lambda = 2,5$ o limiar é de $\geq 0,7$, aumentando para $\geq 0,9$ para $\lambda = 5,0$, para $\geq 1,0$ em $\lambda = 7,5$ e se mantém em $\geq 1,0$ para $\lambda = 10,0$. Isso revela que a propagação do sinal se torna mais fácil, sendo preciso aplicar uma quantidade menor de corrente para que ele se propague pelos os neurônios.

Na Figura 43 das séries temporais é possível notar que os neurônios estão mostrando picos que ocorrem quase simultaneamente. A amplitude é relativamente uniforme, enquanto o espaçamento temporal é maior do que na situação com $g_c = 0,4$. Isso significa que o acoplamento médio já é

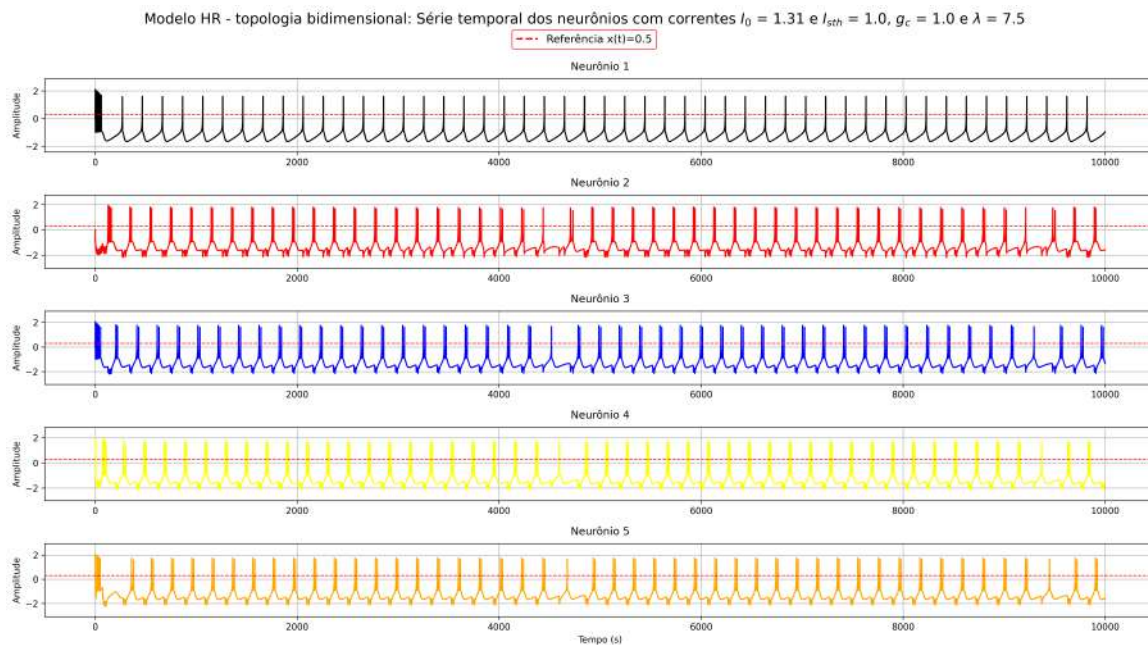
Tabela 10 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 1,0$.

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 0,9$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 1,0$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,0$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

suficiente para garantir uma propagação do sinal, aumentando tanto a eficácia quanto a propagação da rede de neurônios.

Figura 43 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.5.4 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico $g_c = 2.0$

Com o acoplamento ainda maior, $g_c = 2,0$, os limiares de injeção de corrente estão ainda mais baixos, sendo de $\geq 0,7$ para $\lambda = 2,5$, aumentando para $\geq 0,8$ para $\lambda = 5,0$, para $\geq 0,9$ em $\lambda = 7,5$ e para $\geq 1,0$ em $\lambda = 10,0$. A propagação passa a ser quase independente do limiar de cada neurônio, mostrando que o acoplamento é suficiente para que o sinal seja transmitido facilmente para toda a rede. Isso significa que, neste caso, até uma quantidade relativamente baixa de injeção de corrente é capaz de propagar o sinal de um neurônio para o seguinte, aumentando assim a eficácia sináptica na rede.

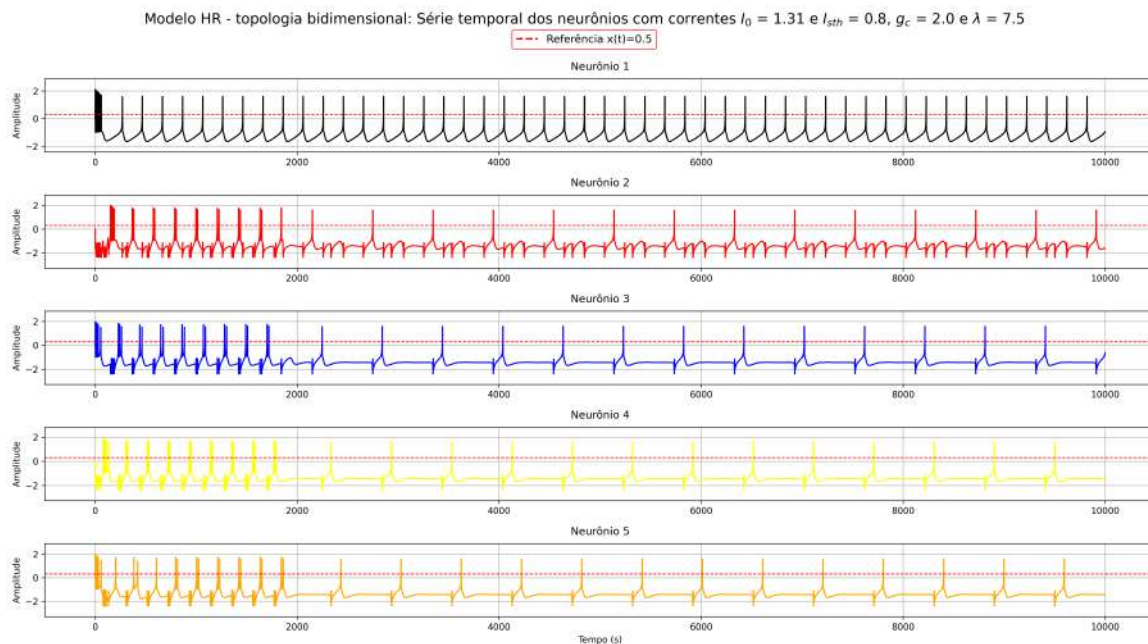
Tabela 11 – Valores de I_{sth} necessários para a propagação do sinal em função de λ para $g_c = 2,0$.

λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 0,7$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 0,8$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 0,9$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 44 das séries temporais é evidente os picos estão muito bem agrupados e com amplitude consistente, mostrando que o acoplamento forte proporciona um acionamento coletivo e quase simultâneo. Isso revela que o acoplamento é um parâmetro crucial para a eficácia na propagação de um sinal nervoso.

Figura 44 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,8$ e $\lambda = 7,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



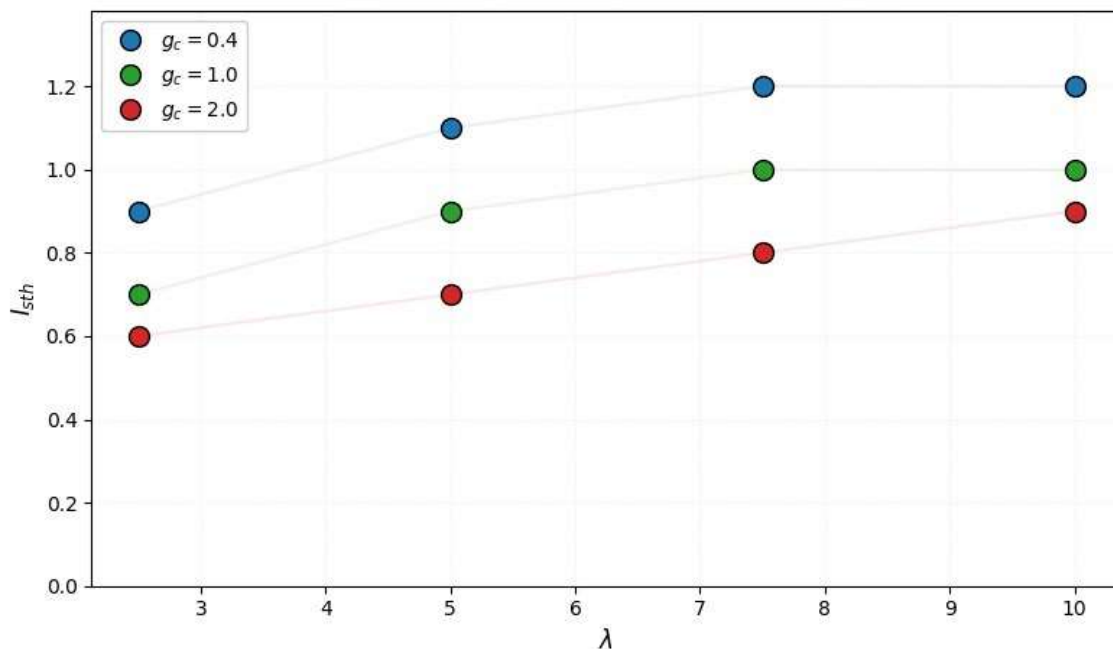
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

As Tabelas 9, 10, 11 apresenta os valores mínimos de corrente I_{sth} necessários para que ocorra a propagação do sinal ao longo de uma cadeia de neurônios. Analisando separadamente cada fator de acoplamento, com $g_c = 0.4$, observa-se que, à medida que o parâmetro λ aumenta de 2,5 á 10, o limiar de corrente necessário para a propagação do sinal também se eleva, variando de 0,9 á 1.2. Com $g_c = 1.0$, observamos o mesmo comportamento: à medida que λ aumenta de 2,5 á 10, a corrente varia de 0,7 á 1.0. Com $g_c = 2.0$, à medida que o parâmetro λ aumenta de 2,5 á 10, a corrente aumenta, variando de 0,7 á 0.9.como mostrado no gráfico da Figura 45.

Na Figura 45, é apresentado o comportamento do limiar de injeção de corrente I_{sth} em função de λ para diferentes configurações de acoplamento g_c (0,4; 1,0 e 2,0). A curva revela que o limiar é maior quanto menor é o acoplamento, enquanto ele se torna menor na presença de um acoplamento maior. Com $g_c = 0,4$, os limiares estão relativamente altos, aumentando de 0,9 para 1,2 à medida que λ passa de 2,5 para 10. Isso significa que é preciso aplicar uma quantidade maior de corrente para que o sinal seja propagado na rede, mostrando que o acoplamento fraco torna essa propagação sináptica menos eficiente. Já para $g_c = 1,0$, os limiares estão intermediário, aumentando de 0,7 para 1,0, enquanto o acoplamento é maior que 0,4. Dessa forma, é exigida uma quantidade menor de injeção de corrente para que o neurônio dispare, aumentando a eficácia da propagação. Com $g_c = 2,0$, os limiares estão ainda mais baixos, aumentando de 0,6 para 0,9. Isso revela que um acoplamento maior torna a propagação do sinal na rede ainda mais fácil, sendo quase independente do limiar de cada neurônio.

Portanto, é possível notar que o acoplamento é um fator importante na eficácia da propagação sináptica: quanto maior ele é, menor é a quantidade de corrente injetada para que o neurônio dispare, aumentando, assim, a sincronia e a eficácia na comunicação na rede.

Figura 45 – Relação entre a corrente I_{sth} e g_c para diferentes λ .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

5.6 TOPOLOGIA BIDIMENSIONAL EM REGIME DE AUTO-OSCILAÇÃO

A oscilação auto-sustentada, também conhecida como auto-oscilação, é um fenômeno dinâmico no qual um sistema mantém um comportamento oscilatório periódico sem depender de um forçamento externo oscilante.

A dinâmica desses sistemas é caracterizada matematicamente, por equações diferenciais não lineares. Um exemplo clássico é o oscilador de Van der Pol discutido no Apêndice A.3.

Para investigar oscilações auto-sustentadas em redes neuronais HR, consideramos um arranjo composto por cinco neurônios, com um loop, acoplados quimicamente. O objetivo deste estudo é compreender como a variação do acoplamento químico g_c permite a auto-oscilação na rede. Todos os demais parâmetros do modelo incluindo os relacionados ao acoplamento químico, estão na Tabela 12.

A corrente de entrada no neurônio N1 foi fixada em $I_0 = 0.0$, de modo que esse neurônio permanece, isoladamente, abaixo do limiar de disparo. Com isso, buscamos examinar em que condições a dinâmica da rede, por meio do acoplamento químico, é capaz de induzir oscilações espontâneas e sustentadas nos neurônios, caracterizando o fenômeno de *auto-oscilação*. Essa abordagem fornece elementos para se entender como padrões oscilatórios podem emergir em redes neuronais, mesmo na ausência de estímulos externos.

Tabela 12 – Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas.

Parâmetros	Valor
a	1,0
b	3,0
c	1,0
d	5,0
r	0,005
s	4,0
x_0	-1,6
I_0	0,0
I_{sth}	variável

Fonte: adaptado de, Hindmarsh & Rose 1984.

A Figura 27 ilustra a topologia utilizada nesta simulação, mostrando uma rede de cinco neurônios, na qual os neurônios N2, N3 e N4 estão conectados, formando um *loop*.

5.6.1 Acoplamento químico com diferentes valores de λ para $g_c = 0.6$ sem excitação externa.

A Tabela 13 apresenta os resultados obtidos para uma rede neuronal com acoplamento químico de intensidade $g_c = 0.6$ sem excitação externa $I_0 = 0.0$, variando-se os valores do parâmetro λ . Observa-se que, à medida que o valor de λ aumenta, também se eleva o limiar de corrente I_{sth} necessário para garantir a propagação do sinal ao longo da rede. Para $\lambda = 2.5$, a propagação ocorre com correntes iguais ou superiores a 1.0. Esse limiar sobe progressivamente, chegando a 1.21 quando $\lambda = 10$. Esses resultados indicam que, sob um acoplamento químico moderado, a rede exige correntes de ativação progressivamente maiores para sustentar a transmissão do sinal conforme a conectividade representada por λ aumenta.

Tabela 13 – Corrente mínima de limiar I_{sth} necessária para a propagação do sinal em função de λ e do fator de acoplamento químico $g_c = 0,6$.

Fator de Acoplamento Químico $g_c = 0,6$		
λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 1,00$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 1,10$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 1,20$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,21$	Tem propagação do sinal

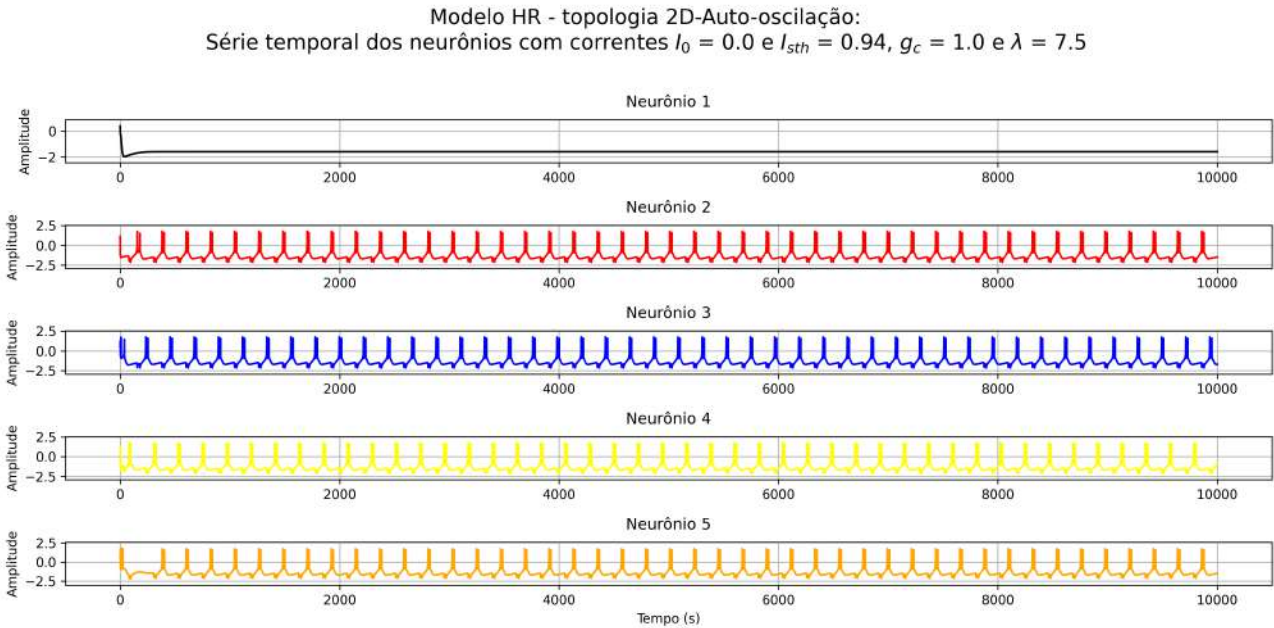
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A análise das séries temporais obtidas para diferentes valores do parâmetro λ , sob acoplamento químico com fator $g_c = 0,6$, revela comportamentos característicos quanto à preservação da auto-oscilação ao longo da rede. Quanto maior o valor de λ , mais exigente se torna o sistema quanto às condições para a propagação da auto-oscilação.

5.6.2 Acoplamento químico para $g_c = 1.0$ com corrente $I_0 = 0.0$ com diferentes valores de λ

A Tabela 14 mostra os resultados para o caso em que a intensidade do acoplamento químico é aumentada para $g_c = 1.0$, sem excitação externa $I_0 = 0.0$, e variando novamente os valores de λ . Neste cenário, percebe-se uma redução significativa nos valores do limiar I_{sth} em comparação com o caso anterior ($g_c = 0.6$). Por exemplo, para $\lambda = 2.5$, a propagação do sinal ocorre com correntes a partir de 0.82, e para $\lambda = 10$, esse limiar é de 1.14. Essa redução indica que o aumento da intensidade do acoplamento químico facilita a propagação da atividade neuronal mesmo quando o

Figura 46 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 7.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

estímulo injetado é menor. Em outras palavras, o acoplamento mais forte entre os neurônios permite que a rede se mantenha ativa e propague o sinal com menos exigência de corrente externa, tornando o sistema mais sensível e eficiente em contextos de conectividade crescente.

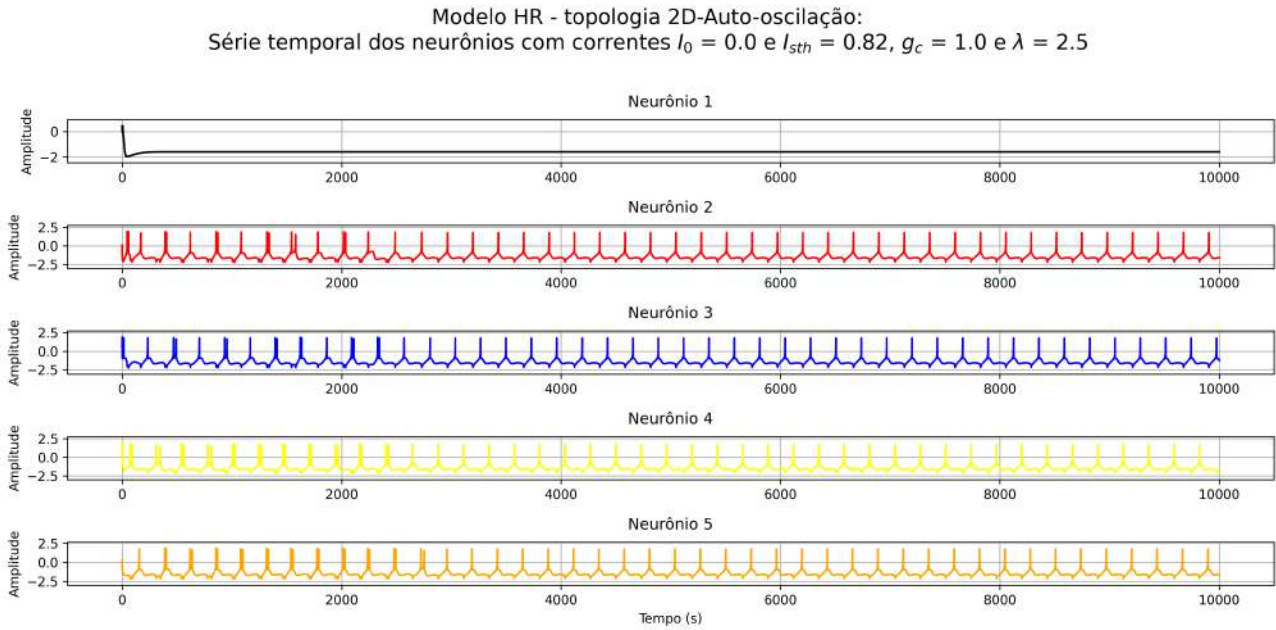
Tabela 14 – Corrente mínima de limiar I_{sth} necessária para a propagação do sinal em função de λ e do fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$.

Fator de Acoplamento Químico $g_c = 1,0$		
λ	I_{sth}	Resposta
2,5	$\geq 0,82$	Tem propagação do sinal
5,0	$\geq 0,90$	Tem propagação do sinal
7,5	$\geq 0,94$	Tem propagação do sinal
10	$\geq 1,14$	Tem propagação do sinal

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 47 , o neurônio 1, com corrente $I_0 = 0,0$, permanece em repouso, enquanto os demais neurônios (2 a 5), com corrente $I_{sth} = 0,82$, apresentam oscilações regulares ao longo do tempo. Essa dinâmica indica que a corrente fornecida é suficiente para ativar a rede neuronal por meio do acoplamento químico com fator $g_c = 1,0$, possibilitando a propagação do sinal. As oscilações observadas nos neurônios acoplados demonstram uma ativação coerente com a condição estabelecida na tabela, confirmando que, para $\lambda = 2,5$, a corrente de 0,82 é suficiente para desencadear a uma propagação de sinal nos neurônios conectados.

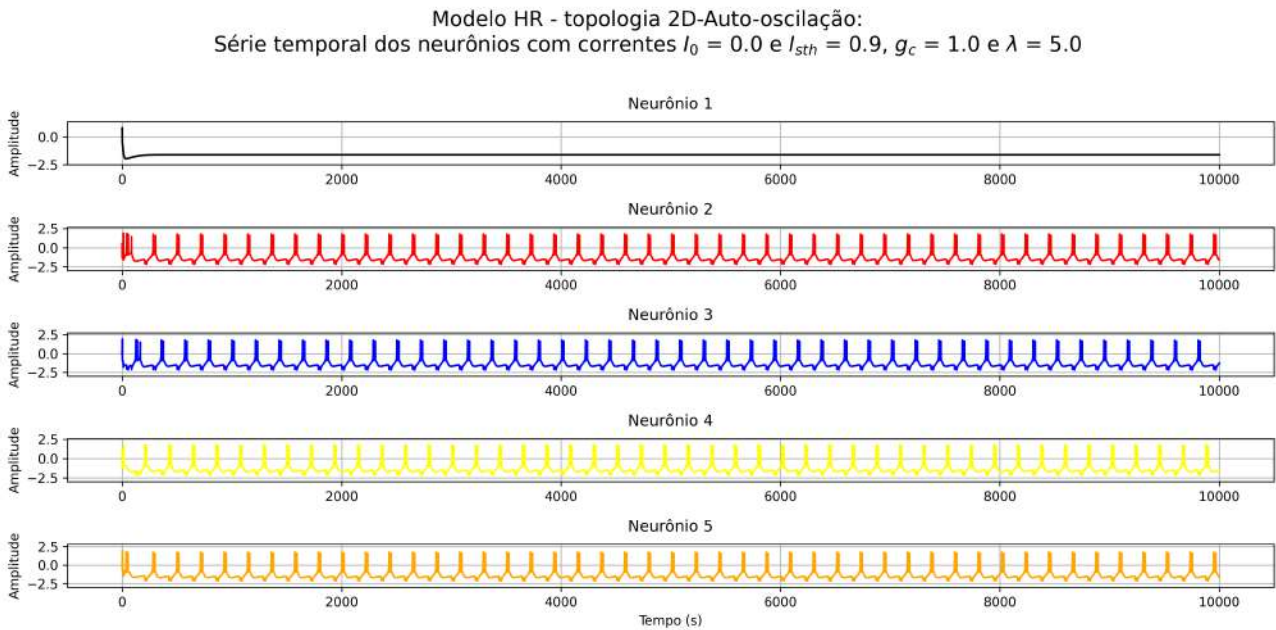
Figura 47 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 2.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 48, que esta associada a $\lambda = 5.0$, onde a corrente necessária para garantir a propagação do sinal é $I_{sth} \geq 0.90$. Esse valor de corrente é suficiente para garantir que os neurônios se ativem adequadamente e que o sinal seja transmitido.

Figura 48 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 5.0$

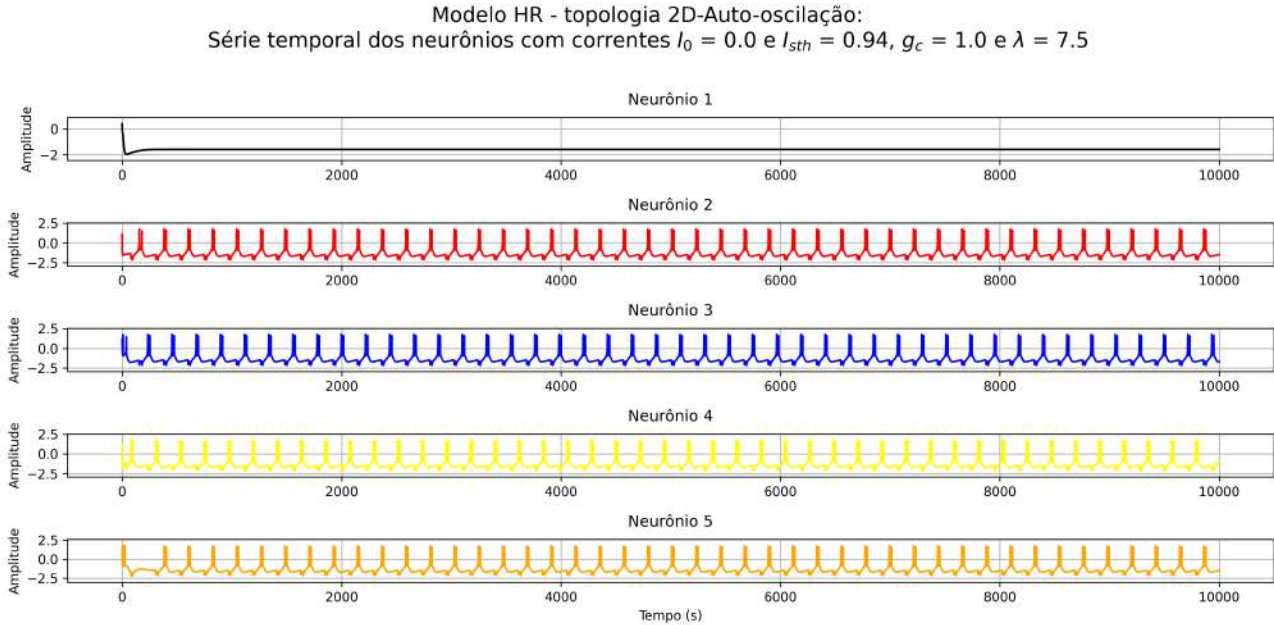


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 49 para $\lambda = 7.5$, a corrente mínima para obter propagação do sinal foi de $I_{sth} \geq 0.94$. Esse aumento na corrente necessária se deve ao maior espaçamento entre os neurônios, o que exige

uma ativação mais forte para que o sinal seja transmitido de forma eficaz. A propagação do estímulo ao longo da rede é ainda mais evidente, com o sinal se mantendo estável e claro ao atravessar os neurônios.

Figura 49 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 7.5$

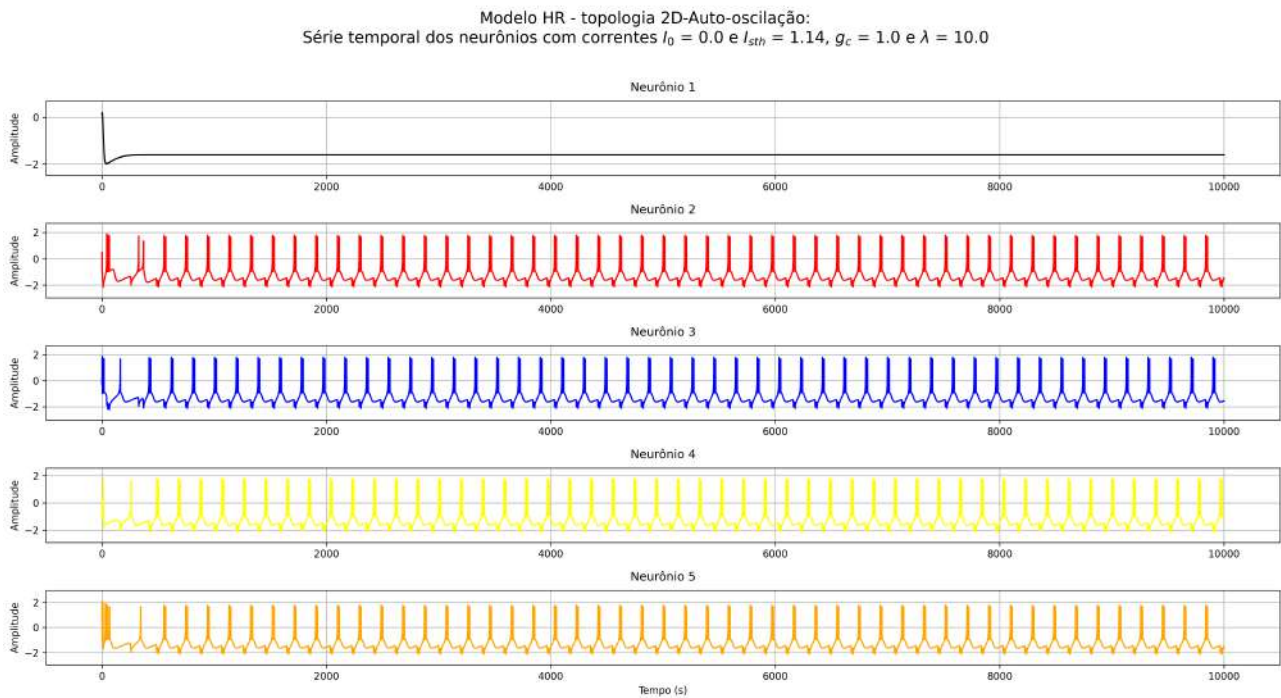


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Para a Figura 50, com $\lambda = 10.0$, houve propagação do sinal até a corrente $I_{sth} \geq 1.14$. Comparando com a Figura 49, houve um aumento na corrente de propagação. Inicial sendo suficientemente forte para ativar todos os neurônios da rede.

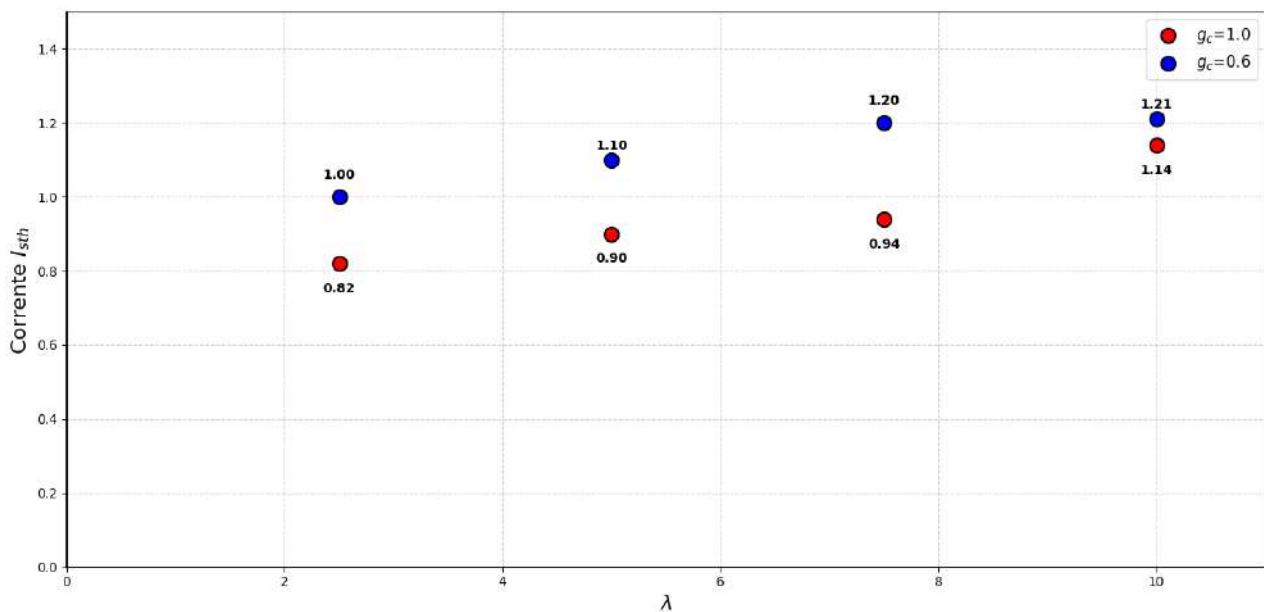
Na Figura 51 é apresentada a relação entre a corrente mínima necessária para a propagação do sinal, I_{sth} , e o parâmetro da função sigmoide λ , para dois valores de acoplamento químico: $g_c = 1.0$ (pontos vermelhos) e $g_c = 0.6$ (pontos azuis). podemos observar que, para ambos os casos, o valor de I_{sth} aumenta à medida que λ cresce. Esse comportamento está diretamente relacionado à característica da função sigmoide, amplamente utilizada para representar as Ativações sináptica não lineares na comunicação neuronal. O parâmetro λ controla a inclinação da função sigmoide, de modo que valores maiores tornam a resposta da função mais abrupta em torno do limiar. Consequentemente, quanto maior λ , mais difícil se torna a propagação do sinal para correntes próximas ao limiar, exigindo valores de I_{sth} mais elevados para superar essa barreira. Para todos os valores de λ , o acoplamento químico mais forte ($g_c = 1.0$) requer uma corrente inferior em comparação ao acoplamento mais fraco ($g_c = 0.6$). Esse resultado reforça que acoplamentos mais intensos favorecem a propagação do sinal, tornando o sistema mais sensível a pequenos estímulos.

Figura 50 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $\lambda = 10.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 51 – Relação entre a corrente I_{sth} e o fator de acoplamento químico $g_c = 1.0$ e $g_c = 0.6$, para diferentes valores de λ .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

6 PROPAGAÇÃO DE IMPULSOS EM REDES NEURAIS SUB-LIMIAR COM ADIÇÃO DE RUÍDO

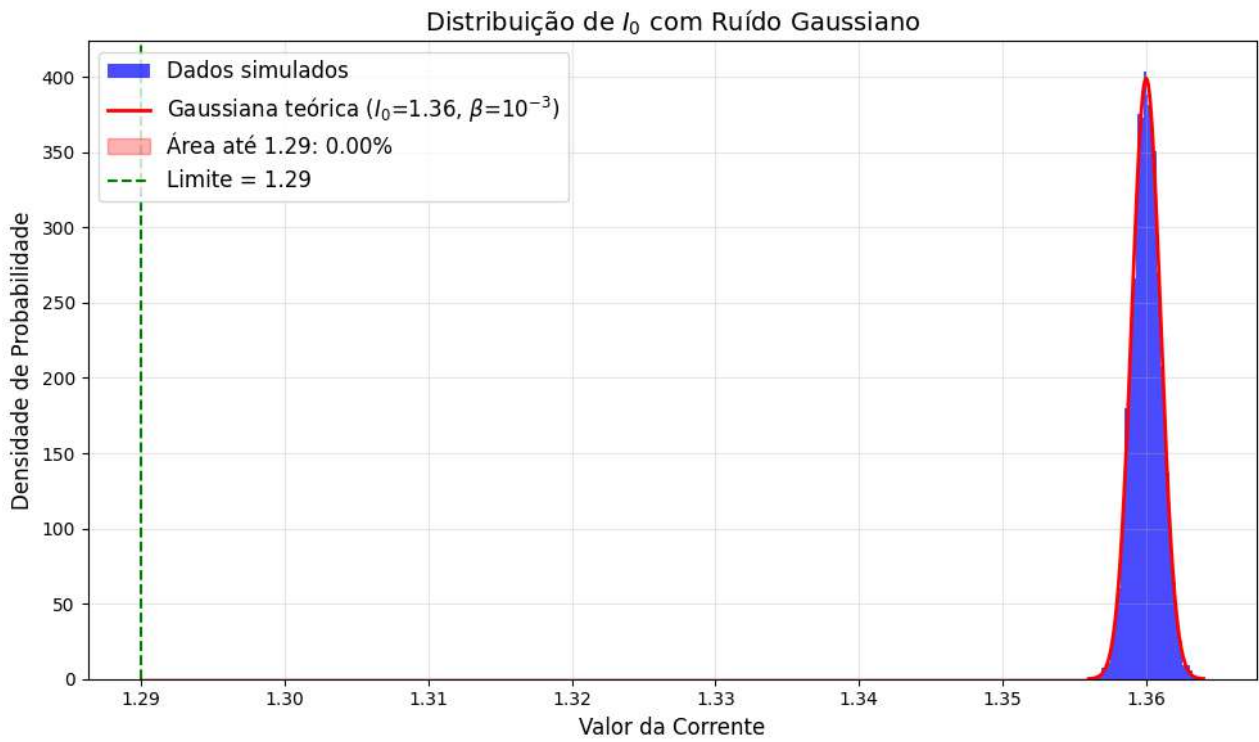
Neste capítulo, investigamos como ruído estocástico, modula a propagação dos sinais em redes sub-limiais, considerando os tipos de acoplamento em diferentes topologias. Particularmente investigamos a configuração em que neurônios sob corrente *sub-limiar*. Como fonte de excitação externa temos um neurônio N_1 sob corrente $I_1 = I_0 + \beta \cdot \varepsilon$, onde β é o nível e ε é a distribuição gaussiana do ruído. Para o acoplamento elétrico, avaliamos exclusivamente a influência do nível de β , determinando em que medida o ruído estocástico pode modificar a propagação da atividade ao longo da rede. No acoplamento químico, exploramos a interação entre diferentes níveis de ruído β , e a intensidade do acoplamento λ , identificando as condições nas quais a transmissão do sinal permanece eficiente. Essa análise permite delimitar os regimes operacionais em que a propagação da atividade é viável.

6.1 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE COM RUÍDO GAUSSIANO

Usamos na expressão 41 tipicamente $I_0 = 1.36$. com a adição de ruído com $\beta = 10^{-3}$ leva a distribuição ter valores menores que 1.29. Utilizamos um ruído gaussiano $\varepsilon \sim N(0.1)$. apresentamos na Figura 52, a distribuição de probabilidade para a corrente do neurônio N_1 .

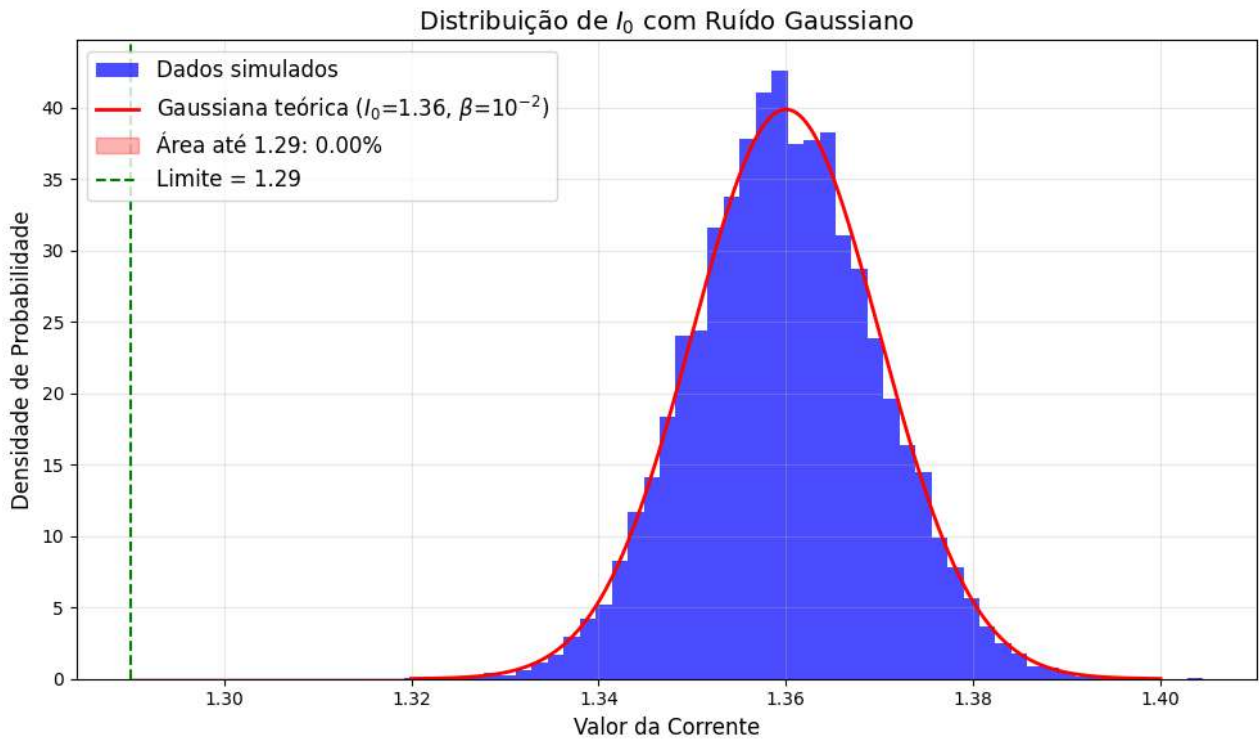
O gráfico da Figura 53, apresentamos a distribuição de probabilidade para corrente $I_0 = 1.36$ com $\beta = 10^{-2}$. Note que para esses níveis de ruído os valores de corrente ficam essencialmente acima do limiar, $I_{sth} = 1.29$.

Figura 52 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-3}$)



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

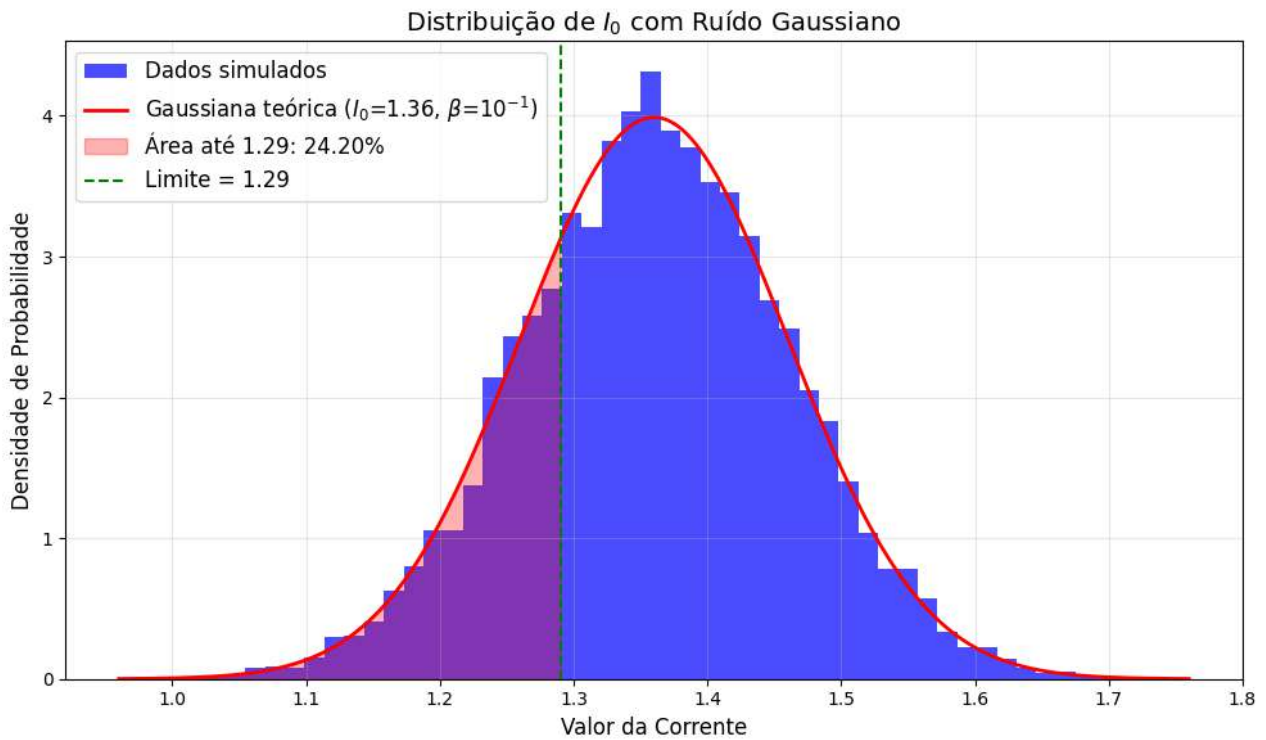
Figura 53 – Distribuição de I_1 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-2}$)



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Com $\beta = 10^{-1}$ a probabilidade que a corrente I_1 esteja abaixo do limiar é de 24.20% . 1.36 se,pre sera maior que 1.29 por construção. como mostrado na Figura 54.

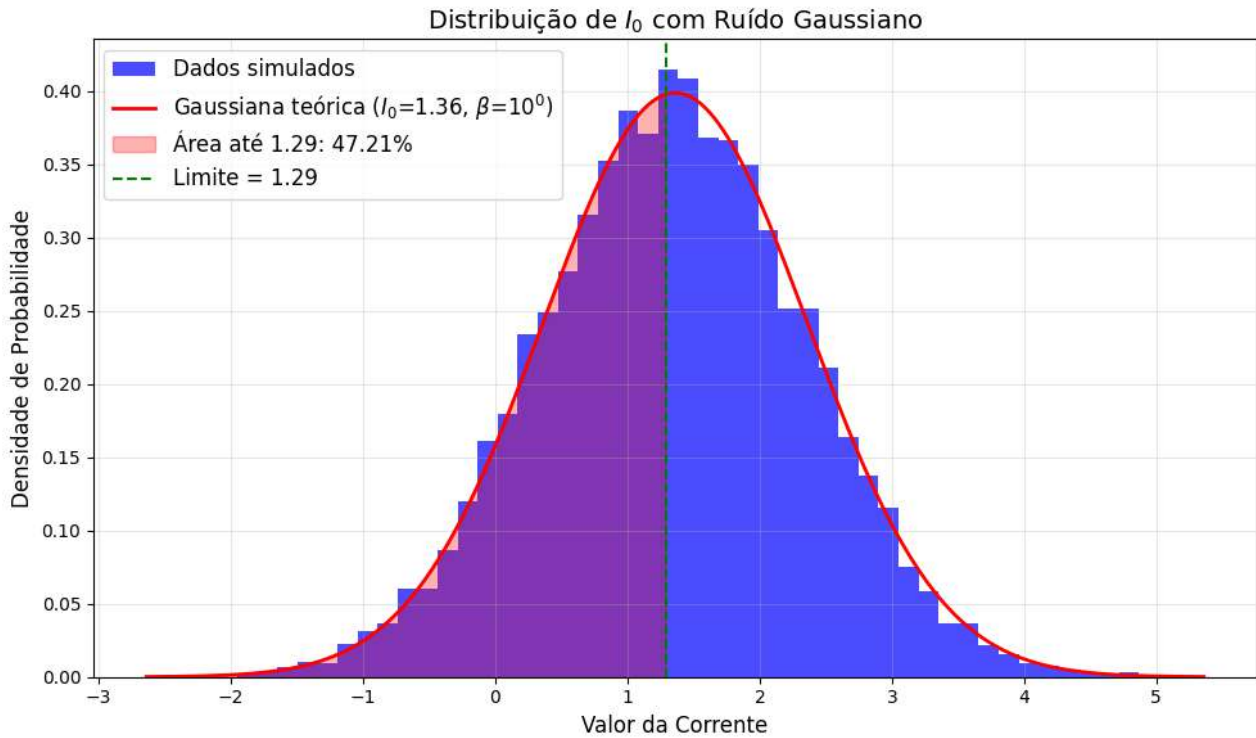
Figura 54 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^{-1}$)



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 55 apresenta a distribuição da corrente I_0 com ruído Gaussiano, onde o valor central é $I_0 = 1.36$ e o parâmetro $\beta = 10^0$, indicando que 47.21% da distribuição está abaixo do limiar de 1.29. Para o valor de I_0 escolhido esse nível β afeta significativamente resulta em grandes chances de termos valores *sub-limi*ares

Figura 55 – Distribuição de I_0 com ruído mínimo ($\beta = 10^0$)



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Desta forma, com $I_0 = 1,36$ identificamos os níveis de β que geram sinais adicionados de ruído, a serem propagados na rede *Sub-limi*ares.

6.2 TOPOLOGIA UNIDIMENSIONAL

Na topologia unidimensional consiste novamente em uma rede linear de neurônios dispostos em sequência conforme a Figura 56, onde cada neurônio está acoplado ao seu vizinhos subsequentes. Essa configuração simples permite investigar como a atividade de um neurônio pode se propagar ao longo da rede, especialmente quando os neurônios encontram-se abaixo do limiar de disparo. Inicialmente, considerou-se a inclusão de um quinto neurônio na rede. No entanto, observou-se que a propagação dos níveis de ruído observado apresentava uma modificação significativa após o quarto neurônio, resultando em uma dinâmica atípica e dificultando a interpretação dos resultados, possivelmente ligado á precisão das simulações. Dessa forma, optou-se por trabalhar com quatro neurônios, assegurando uma análise mais consistente da propagação do sinal na topologia unidimensional.

Figura 56 – topologia da rede de Quatro neurônios



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Descrevendo matematicamente as interações apresentadas na Figura 56, consideramos um sistema de equações diferenciais que representa a dinâmica individual de cada neurônio na rede. Os neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 estão acoplados eletricamente com intensidade g_e . O N_1 recebe uma corrente I_0 , em regime *Supra-limiar* de disparo, enquanto os neurônios N_2 , N_3 e N_4 recebem uma corrente I_{sth} , que está abaixo no regime *Sub-limiar*. Assim, a equação diferencial que governa a dinâmica da variável x_1 do modelo HR é dada pela equação 23.

Já os neurônios N_2 , N_3 e N_4 , que operam no regime *Sub-limiar*, incorporando a corrente I_{sth} :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 - z_i + I_{sth} + g_e(x_{i-1} - x_i), \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i, \\ \dot{z}_i = r[s(x_i - x_0) - z_i], \end{cases} \quad (39)$$

para

- $i = 2, \dots, N$, aqui com $N = 4$.
- I_{sth} representa a corrente abaixo do limiar aplicada aos neurônios $i = 2, \dots, 3 \dots, 4$.

Essas interações provocam uma influência direta sobre a variável de membrana x e, de forma indireta, sobre as variáveis auxiliares y e z . Esse acoplamento elétrico configura um sistema dinâmico acoplado, no qual a evolução temporal de cada neurônio é afetada apenas pela interação com seu vizinho anterior.

No estudo da propagação da atividade entre os neurônios, quando incorporado ao modelo um termo de ruído estocástico na corrente de entrada de N_1 , com I_0 . De forma geral, a introdução desse ruído visa analisar como essas flutuações estocásticas podem afetar o comportamento de cada elemento da rede. Em contextos de redes neurais, o termo “ruído” é geralmente associado a flutuações que influenciam tanto os sinais de entrada quanto a dinâmica interna dos neurônios, podendo alterar significativamente os padrões de propagação da atividade Faisal Aldo A.; Selen (2008). De maneira mais ampla, “ruído” é também utilizado para definir qualquer componente indesejável na observação de uma determinada característica ou sinal Cabella (2008).

No presente estudo, esse ruído foi modelado como ruído branco gaussiano, ou seja, com distribuição normal e sem correlação temporal, conforme descrito a seguir. Esse tipo de modelagem é amplamente utilizado em estudos de dinâmica neuronal para representar incertezas intrínsecas ou externas Destexhe Alain; Rudolph (2001), Linder *et al.* (2004).

A corrente externa I é modelada como:

$$I = I_0 + \beta \cdot \varepsilon \quad (40)$$

onde ε segue uma distribuição normal padrão, ou seja, $\varepsilon \sim N(0, 1)$.

Aqui, I_0 é o valor médio da corrente, e β está associada a largura da distribuição.

Dessa forma, I também segue uma distribuição normal com média I_0 e variância β^2 :

$$I \sim N(I_0, \beta^2). \quad (41)$$

A inclusão do ruído no modelo HR nos ajudou a entender melhor como a excitação neural se propaga. A relevância desse estudo vem do fato que o ruído não é apenas uma interferência, mas faz parte da dinâmica do sistema nervoso influenciando a comunicação entre neurônios. Com essa abordagem, o modelo aqui investigado fica mais próximo da realidade biológica, onde pequenas variações aleatórias afetam o funcionamento das redes neurais.

6.2.1 Análise do Sinal

Para analisar o ruído, utilizamos um método simples de subtração dos sinais no tempo, onde

$$s(t) = x_r(t) - x(t) \quad (42)$$

temos o sinal original $x(t)$ e o sinal ruidoso $x_r(t)$, $s(t)$ deve nos informa como o ruído afeta a dinâmica do sistema ao longo do tempo.

6.2.2 SNR (Signal-to-Noise Ratio)

A relação sinal-ruído (SNR - *Signal to Noise Ratio*) quantifica a relação entre a característica que se quer observar (sinal) e as variabilidades provenientes de outras fontes (ruído). Quanto maior o valor dessa relação, menor é a interferência associada ao ruído Cabella (2008). O cálculo da razão sinal-ruído é realizado a partir da razão entre a potência do sinal e a potência do ruído.

$$SNR = \frac{P_s}{P_r} \quad (43)$$

Onde:

- P_s é a potência média do sinal.
- P_r é a potência média do ruído.

Para calcular a potência, temos

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad (44)$$

onde x_i é o valor do sinal ou do ruído em cada instante de tempo.

A converter o SNR para decibéis (dB), é feita por

$$SNR(\text{dB}) = 10 \log_{10}(SNR) \quad (45)$$

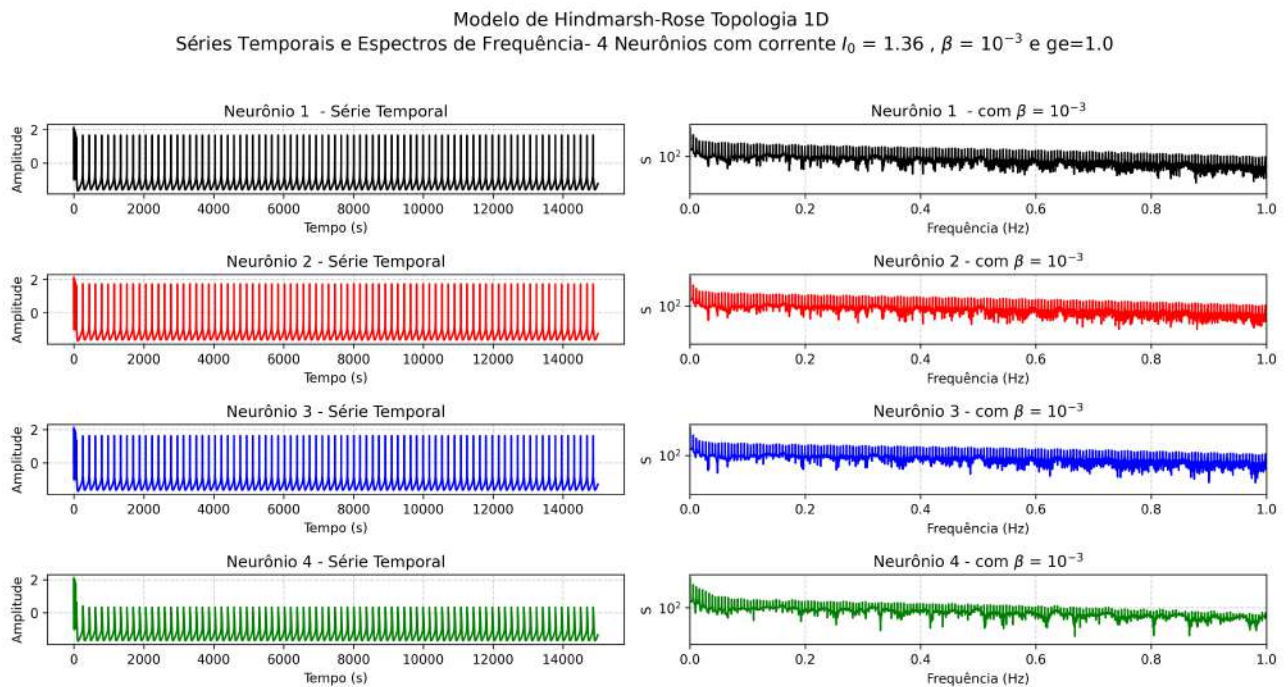
6.2.3 Acoplamento Elétrico $g_e = 1.0$, com excitação externa com ruído

Na simulação utilizamos quatro neurônios acoplados eletricamente, com $g_e = 1.0$. Utilizamos os valores da Tabela 1. para as constantes multiplicativas utilizadas no modelo neural de *Hindmarsh-Rose (HR)*. A corrente de entrada do neurônio externo N_1 , foi fixada em $I_0 = 1.36$. As figuras a seguir exibem as séries temporais e os respectivos espectros de frequência dos cinco neurônios, considerando diferentes níveis de ruído β na corrente I_0 . Essa análise permite analisar como o valor de β afeta a dinâmica oscilatória e as componentes espectrais do sistema neural.

Propagação com $\beta = 10^{-3}$

A Figura 57 para cada neurônio se apresenta uma série temporal e um espectro de frequência para o nível de ruído com $\beta = 10^{-3}$ observa-se um padrão regular de disparos. No espectro de frequência, destaca-se a presença de picos nas baixas frequências, indicando uma frequência dominante do comportamento periódico observado na dinâmica temporal. O neurônio 2 mantém a periodicidade básica observada no neurônio inicial 1. O seu espectro de frequência revela um pico principal menos intenso, acompanhado de componentes secundários discretos. O Neurônio 3, tem série temporal com pequenas variações de amplitude. Assim como o neurônio 4, com menor amplitude.

Figura 57 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-3}$ e $g_e = 1.0$.

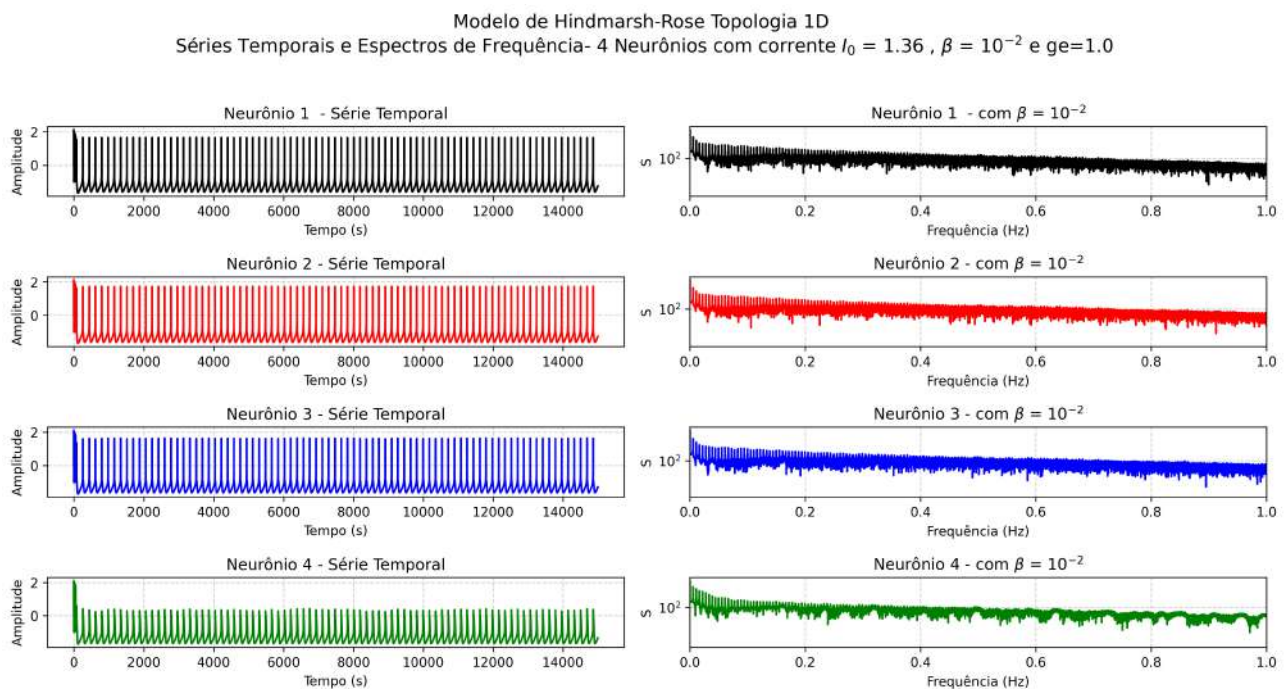


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação com $\beta = 10^{-2}$

A série temporal do Neurônio um com $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$ a Figura 58 mantém seu padrão oscilatório regular. O espectro de frequência mostra picos mais intensos e definidos a estrutura do espectro, com harmônicos bem comportados. O Neurônio 2 e 3 demonstram oscilações periódicas regulares, com amplitudes entre aproximadamente -1.5 e 2 , sem sinais de comportamento muito diferente. O espectro de frequência confirma a periodicidade, apresentando picos bem definidos nas baixas frequências e uma diminuição gradual da potência em frequências mais altas. O Neurônio 4 apresenta a dinâmica mais distinta neste conjunto. A escala de amplitude está reduzida de 0.0 e -1.0 .

Figura 58 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-2}$ e $g_e = 1.0$

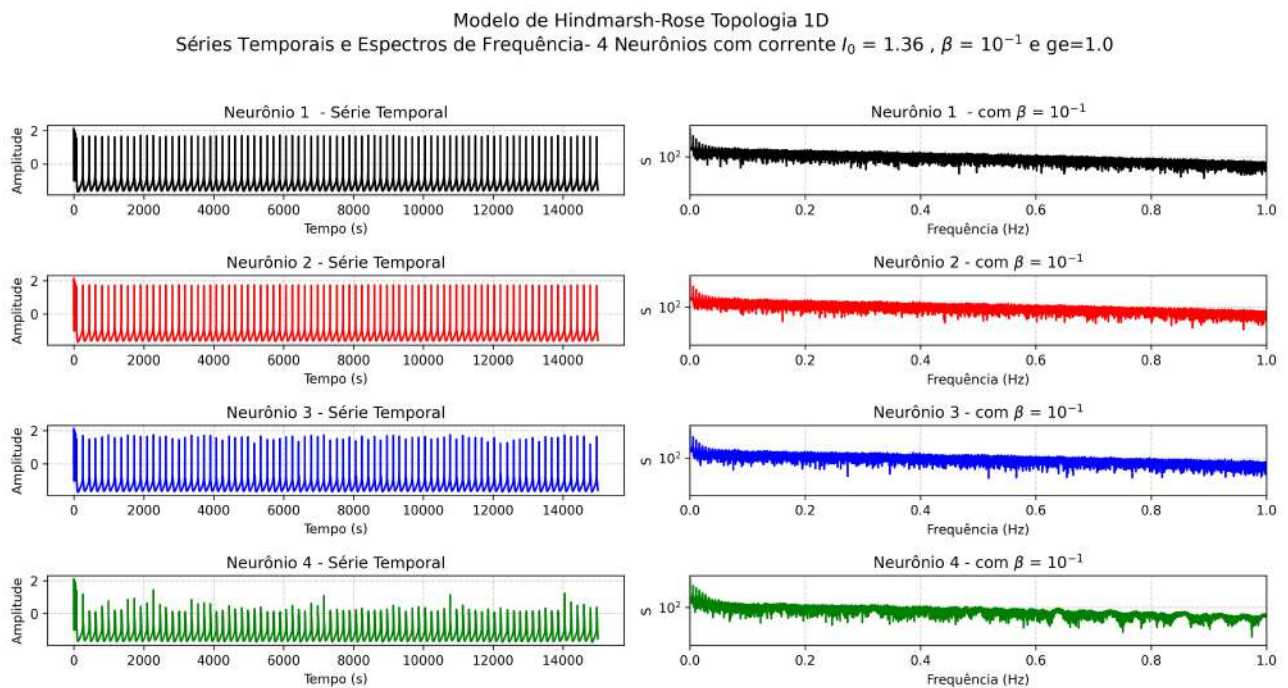


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação com $\beta = 10^{-1}$

O Neurônio 1 ainda exibe um padrão de atividade oscilatória a Figura 59, característico do modelo de *Hindmarsh-Rose*, com variações regulares na amplitude ao longo do tempo. O espectro de frequência revela picos bem definidos, indicando a presença de oscilações periódicas ou quase periódicas. O Neurônio 2 apresenta uma série temporal com traços similares ao Neurônio 1, a distribuição espectral sugere que o neurônio mantém coerência temporal, mas com modulações sutis que diferenciam seu comportamento do Neurônio 1. Os neurônios 3 e 4 mostra uma dinâmica mais irregular, com flutuações de amplitude menos previsíveis. O espectro de frequência exibe picos menos pronunciados e uma dispersão maior de componentes frequenciais.

Figura 59 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-1}$ e $g_e = 1.0$

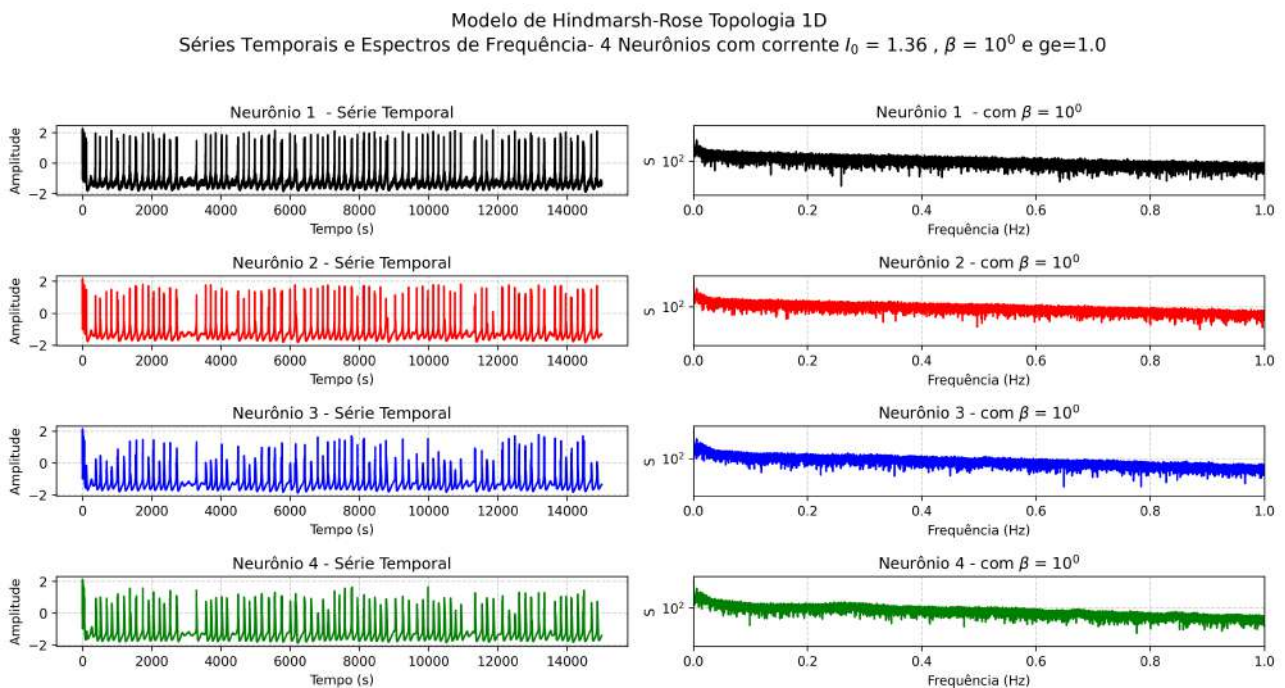


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação com $\beta = 10^0$

As séries temporais dos quatro neurônios analisados exibem oscilações irregulares como mostra a Figura 60, sem um padrão fixo de amplitude ou espaçamento entre picos que se reproduzem ao longo da rede. O Neurônio 1 apresenta uma sequência de disparos não regular, com amplitudes variáveis e intervalos de tempo inconsistentes, não caracterizando uma atividade periódica bem definida. Seu espectro de frequência mostra uma distribuição ampla sem a presença de picos bem definidos, indicando a ausência de frequências dominantes claras. O Neurônio 2 também revela uma dinâmica irregular, com variações tanto na altura dos picos quanto nos intervalos entre eles. O espectro de frequência correspondente é difuso, sem concentração significativa de potência em nenhuma faixa de frequência específica. Os Neurônio 3 e 4, por sua vez, exibem oscilações instáveis, com pequenos agrupamentos de picos mais próximos, mas sem estabelecer um ritmo periódico sustentado. Seus espectros confirmam essa irregularidade, apresentando uma resposta contínua e dispersa ao longo do intervalo de frequências analisado.

Figura 60 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^0$ e $g_e = 1.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 15 apresenta os valores de SNR (dB) para diferentes valores de β apresentados acima com acoplamento elétrico ($g_e = 1.0$) em uma rede com quatro neurônios. Observa-se que, conforme o valor de β aumenta, o SNR diminui progressivamente, o que pode indicar uma maior influência do ruído nas dinâmicas dos neurônios. O neurônio 1, com ruído adicionado na corrente apresenta o maior SNR em todos os valores de β , descrevendo nos outros neurônios da rede.

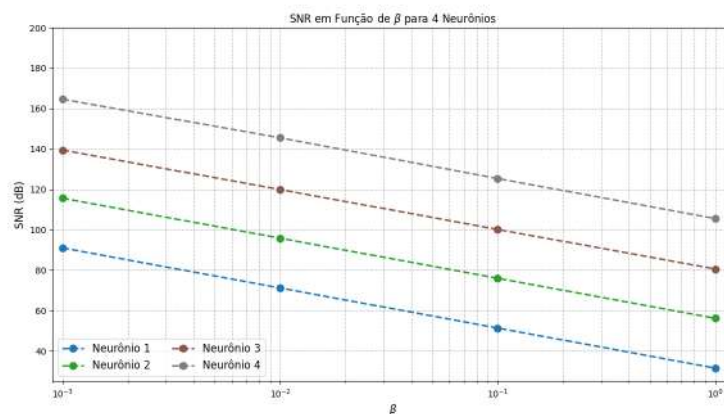
Tabela 15 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio em diferentes intensidades de ruído.

β	Neurônio 1	Neurônio 2	Neurônio 3	Neurônio 4
10^{-3}	91,02	115,61	139,42	164,59
10^{-2}	71,19	95,83	119,90	145,50
10^{-1}	51,37	76,01	100,15	125,36
10^0	31,54	56,18	80,62	105,55

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 61 apresenta a relação entre o SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) e o parâmetro β para os quatro neurônios conectados. Observa-se que, à medida que β aumenta, o SNR decresce gradualmente para todos os neurônios, indicando que o aumento desse parâmetro compromete a qualidade da relação sinal ruído. O Neurônio 4 exibe portanto os maiores valores de SNR em toda a faixa de β analisada. Nota-se ainda que a separação entre as curvas dos neurônios permanece aproximadamente constante nessa escala logarítmica, sugerindo que o impacto do aumento de β afeta todos os neurônios de maneira equivalente. Isso indica que a posição de cada neurônio na rede influenciam diretamente na transmissão do ruído.

Figura 61 – SNR para diferentes valores de Ruído



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

6.2.4 Acoplamento Químico com sinal externo e diferentes valores de λ

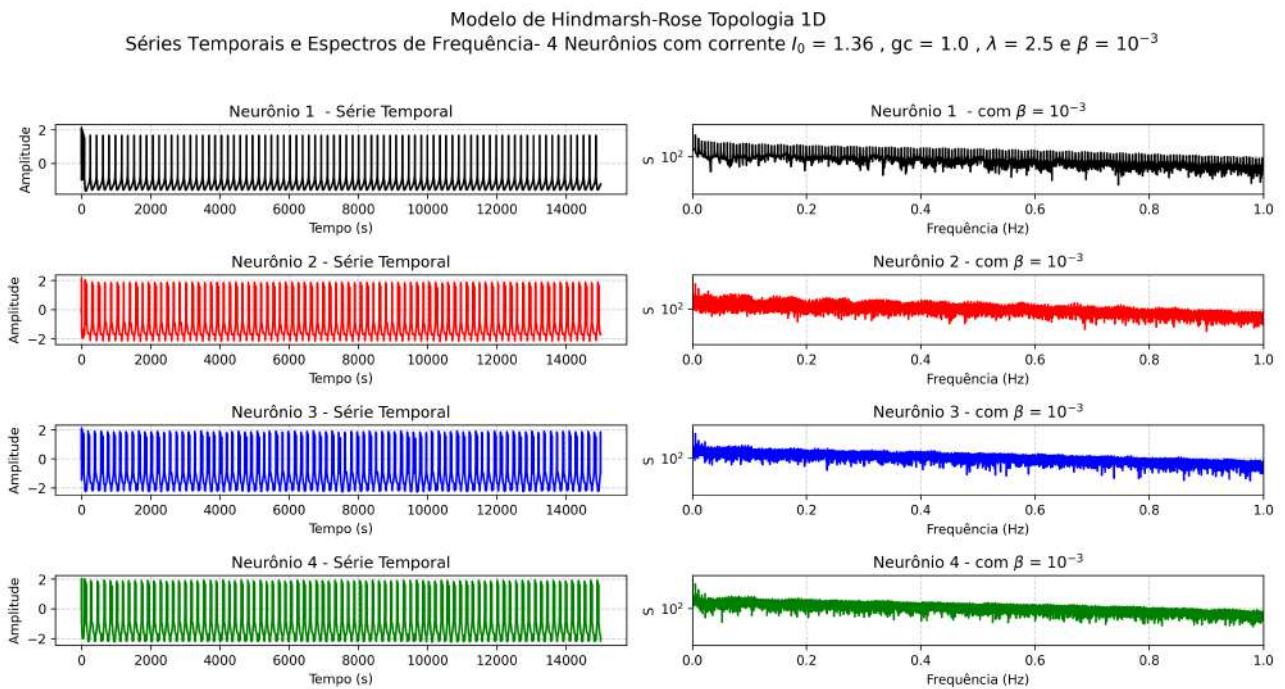
Na simulação, foram utilizados 4 neurônios acoplados quimicamente com $g_c=1.0$. O restante dos parâmetros do modelo estão listados na tabela 12. A corrente de entrada do primeiro neurônio esta centrado.

6.2.4.1 Análise da propagação para $\lambda = 2.5$

Propagação para $\beta = 10^{-3}$

Os quatro neurônios apresentam comportamentos pouco distintos nos domínios temporal e espectral, revelando diferença entre o acoplamento químico e elétrico, que e mais regular. note porem que todos tem amplitude equivalentes.

Figura 62 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$

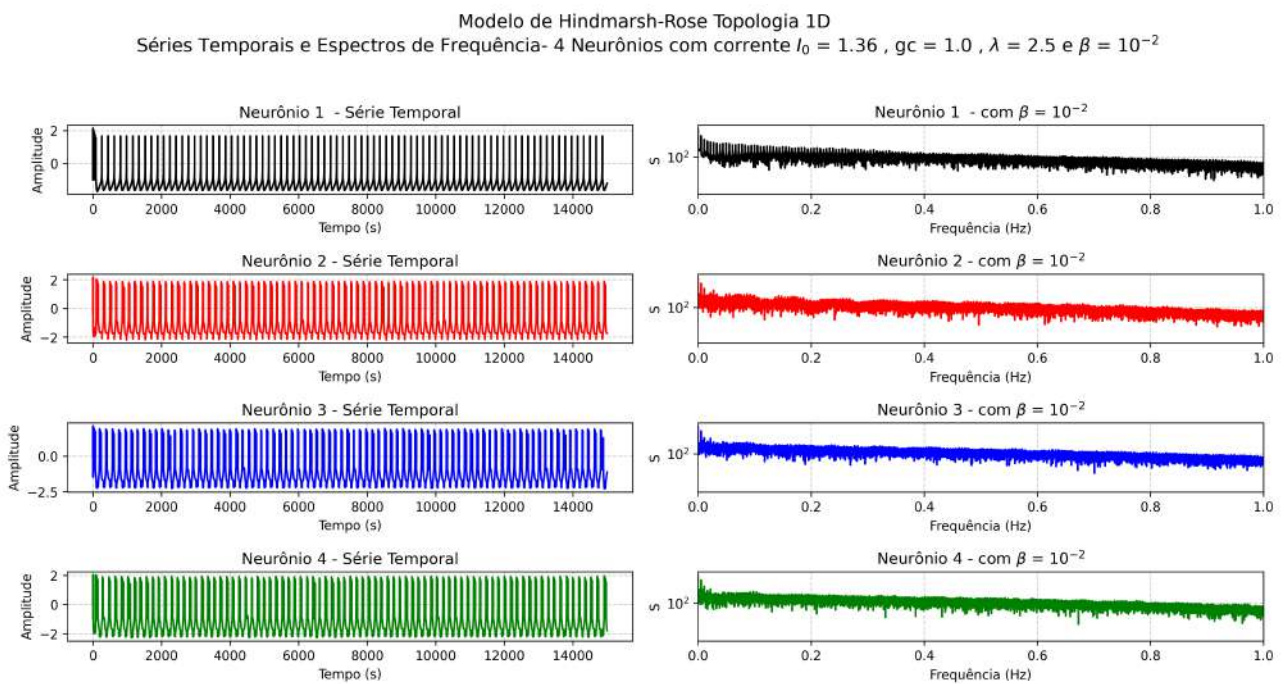


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação para 10^{-2}

Os efeitos do ruído não são muito diferentes do caso anterior com 10^{-3} . As diferenças entre os neurônios tornam-se um pouco mais evidentes, embora o padrão geral de oscilação se mantenha semelhante entre eles. Já os espectros de frequência mostram uma melhora significativa na definição dos picos, especialmente na região de baixa frequência, próxima a 0.1 Hz. Com frequências dominantes, para o neurônio 1 que praticamente desaparece para os demais.

Figura 63 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$

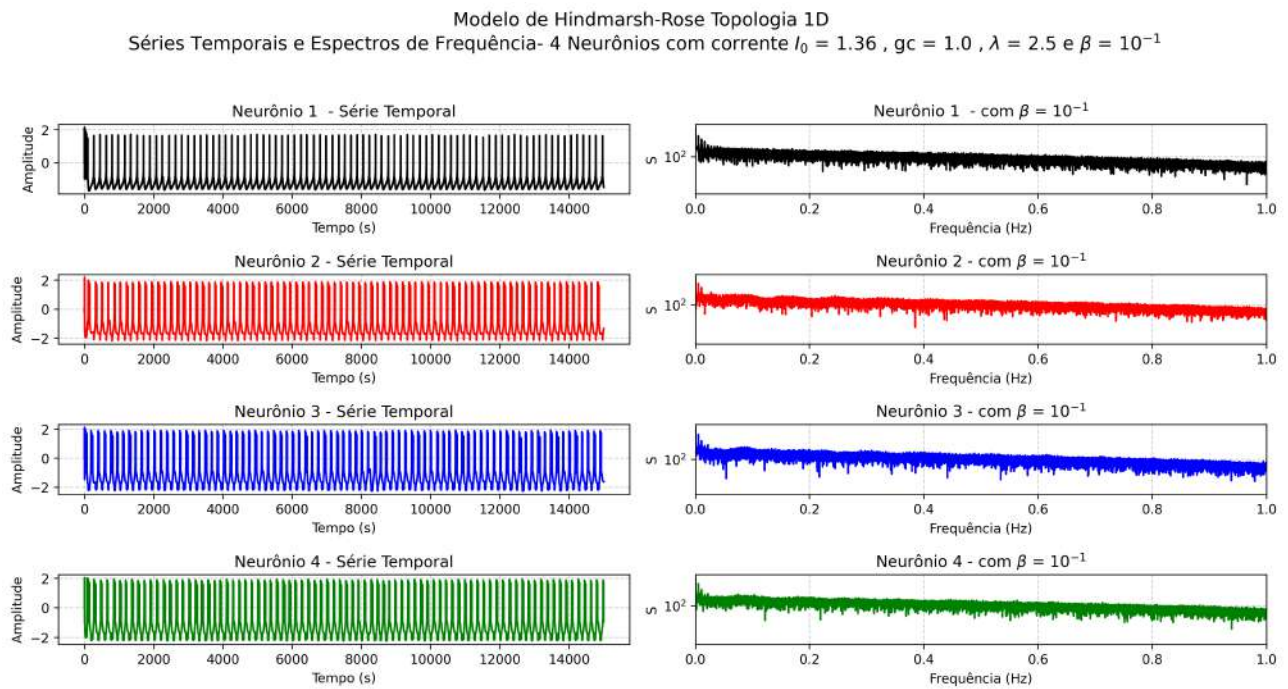


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação para $\beta = 10^{-1}$

Observamos mudanças um pouco mais significativas nos espectros entre o neurônio 1 e os Neurônios 2 a 4.

Figura 64 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$

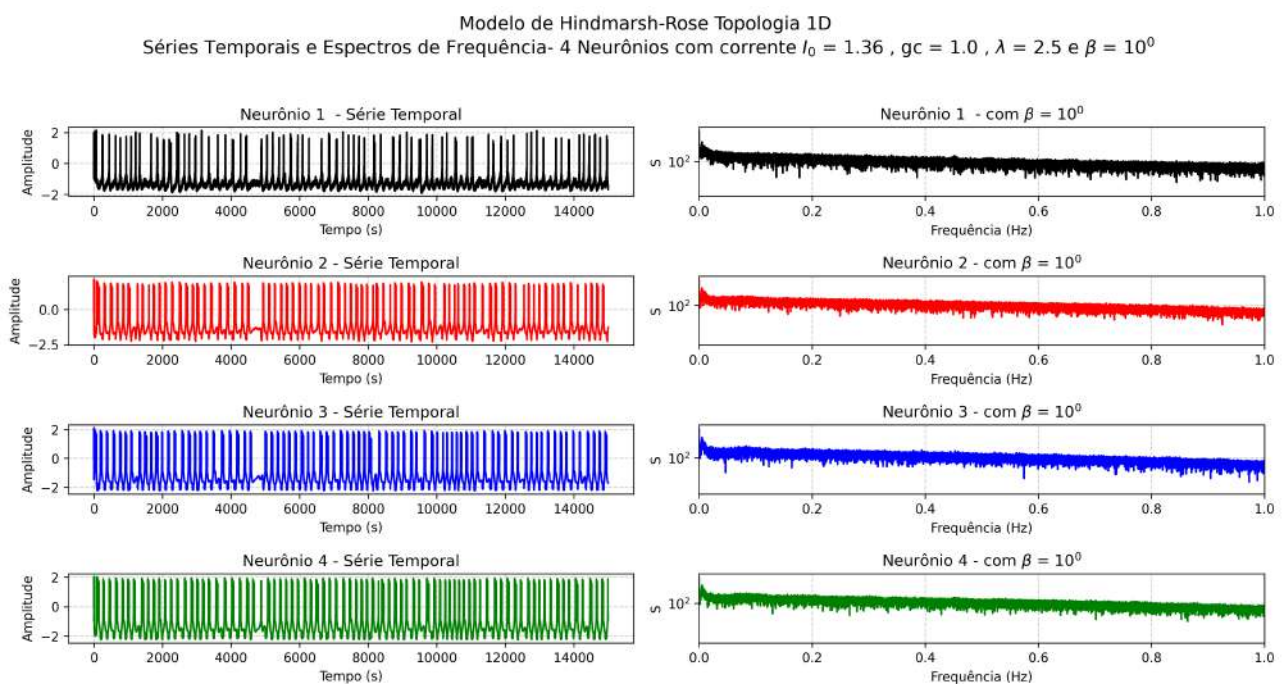


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Propagação para $\beta = 10^0$

As séries temporais dos neurônios apresentam oscilações irregulares com a presença significativa de β . A amplitude dos sinais ainda se mantém relativamente estável, com valores variando entre aproximadamente -1.5 e 1.5 nos espectros de frequência. Nota-se uma distribuição contínua e decrescente, com uma frequência dominante. Esse padrão sugere que o ruído está suficientemente forte a ponto de mascarar a estrutura oscilatória mais fina de cada neurônio, fazendo com que todos os espectros exibam comportamento similar, com variações pouco significativas entre os neurônios.

Figura 65 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 10^0$ e $g_c = 1.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 16 apresenta os valores de razão sinal-ruído (SNR), em decibéis (dB), calculados para quatro neurônios sob diferentes intensidades de β . Observa-se que, para todos os neurônios, o SNR diminui com o aumento da intensidade do β , o que era esperado, dado que β mais intensos tendem a degradar a qualidade do sinal.

O neurônio 1 apresenta os maiores valores de SNR em todas as condições, indicando que seu sinal é o menos afetado pelo ruído. Os demais neurônios exibem valores de SNR mais baixos e relativamente próximos entre si, sugerindo uma rápida degradação já no segundo neurônio.

É interessante notar que, mesmo para intensidades de ruído elevadas $\beta = 10^0$, os valores de SNR permanecem em torno de 50dB para a maioria dos neurônios, diferentemente do caso elétrico da Figura 61.

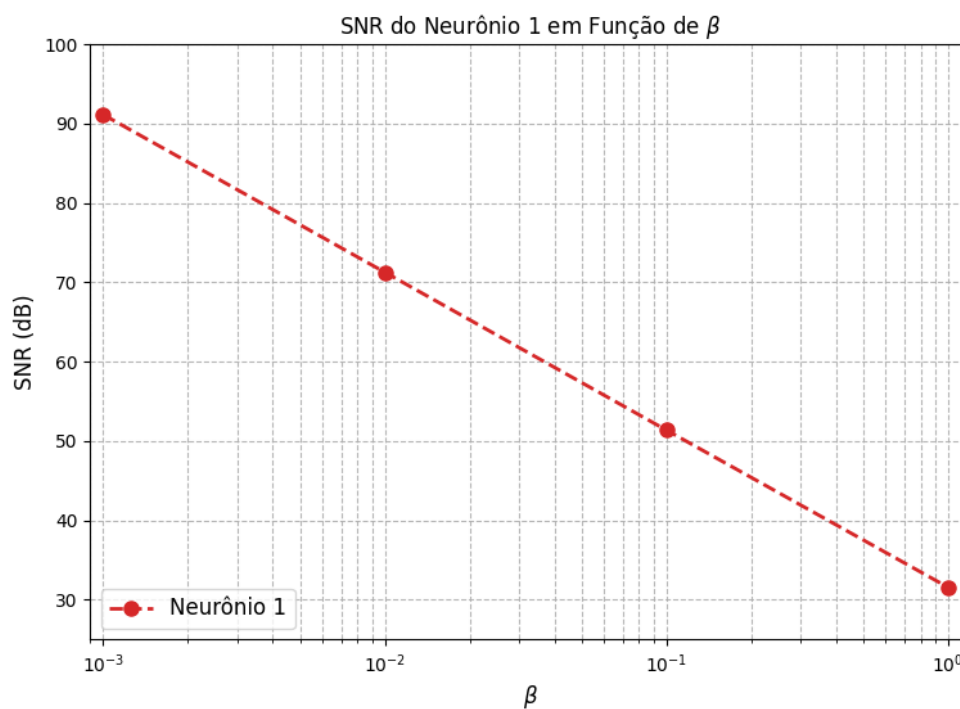
Tabela 16 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 2, 5$.

β	Neurônio 1	Neurônio 2	Neurônio 3	Neurônio 4
10^{-3}	91,13	56,43	51,82	49,61
10^{-2}	71,27	52,24	52,05	50,37
10^{-1}	51,38	56,97	53,86	50,21
10^0	31,58	52,63	51,34	51,44

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

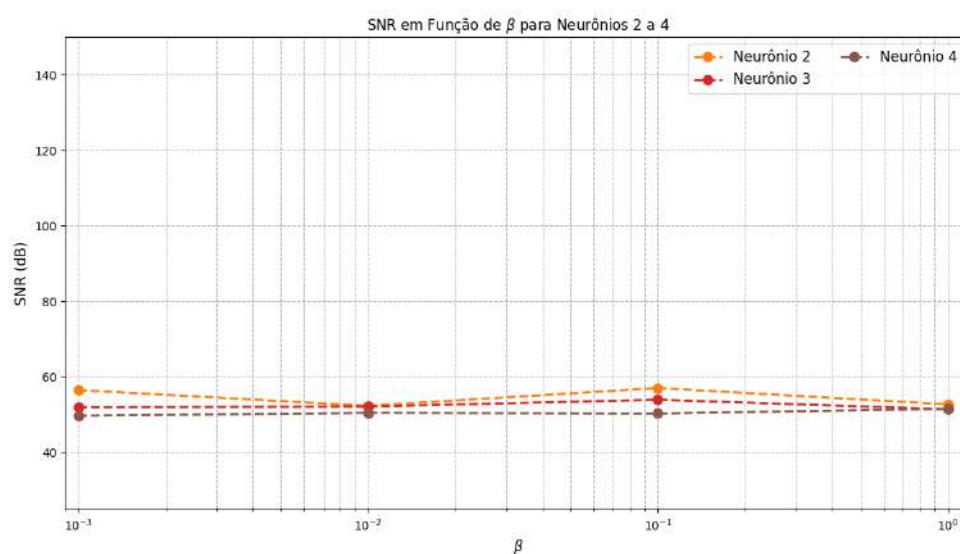
Os gráficos das Figuras 66 e 67 mostram a variação da razão sinal-ruído (SNR, em dB) para quatro neurônios, em função do parâmetro de β entre 10^{-3} e 10^0 . O primeiro gráfico destaca o comportamento do Neurônio 1 isoladamente, enquanto o segundo gráfico apresenta a resposta dos Neurônios 2, 3 e 4 da rede. Observa-se que o Neurônio 1 com ruído adicionado apresenta uma forte dependência do ruído, com SNR decrescendo significativamente à medida que β aumenta. Em contraste, os neurônios 2, 3 e 4 que estão inicialmente abaixo do limiar de disparo demonstram um comportamento mais estável em relação ao ruído. Suas curvas de SNR variam em torno de 50 a 57 dB, com pequenas oscilações conforme β aumenta. Esse comportamento sugere que a transmissão do sinal nesses neurônios é menos sensível ao ruído que o neurônio 1, diretamente submetido aos efeitos da perturbação na corrente.

Figura 66 – SNR para diferentes valores de Ruído - Neurônio 1 com $\lambda = 2.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 67 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 2.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

6.2.4.2 Análise da propagação para $\lambda = 7,5$

Tabela 17 apresenta os valores de SNR (Relação Sinal-Ruído) em decibéis (dB) para os quatro neurônios, com $\lambda = 7,5$. Observa-se que o neurônio 1, como nos casos anteriores seu SNR diminui drasticamente de 91,02 dB (para $\beta = 1 \times 10^{-3}$) até 31,55 dB ($\beta = 1 \times 10^0$), indicando uma perda significativa de qualidade do sinal em ambientes ruidosos. Em contraste, os Neurônios 2, 3 e 4 exibem comportamentos mais estáveis. O neurônio 2 mantém um SNR relativamente alto (entre 55,88 dB e 62,24 dB), sugerindo certa resiliência ao ruído. Já os neurônios 3 e 4 apresentam flutuações menores, com valores próximos a 52-56 dB.

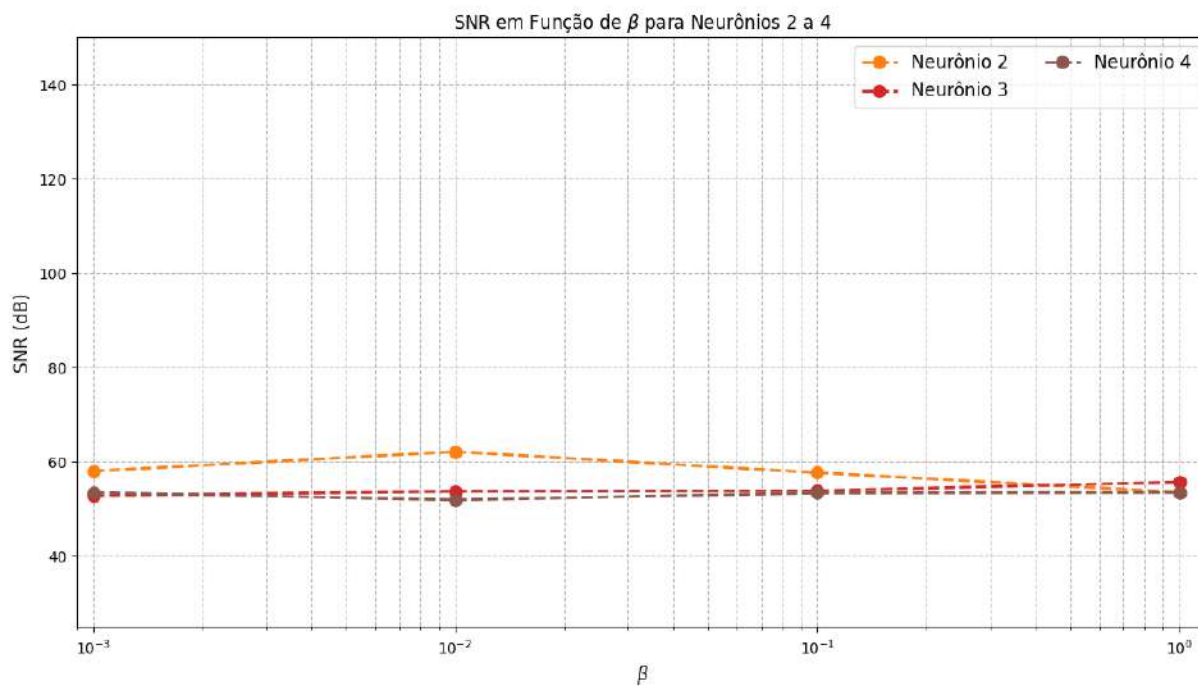
Tabela 17 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 7,5$.

Ruído β	Neurônio 1	Neurônio 2	Neurônio 3	Neurônio 4
10^{-3}	91,02	57,99	52,51	53,39
10^{-2}	71,15	62,24	51,67	51,72
10^{-1}	51,34	58,19	53,27	52,87
10^0	31,55	55,88	56,35	54,58

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

O Gráfico 68 analisa os Neurônios 2, 3 e 4 sob as mesmas condições ($\lambda = 7,5$). Observa-se um padrão distinto: os três neurônios mantêm SNR estáveis, com variações mínimas mesmo em níveis elevados de ruído. Esse comportamento é bastante equivalente ao observado com $\lambda = 2.5$.

Figura 68 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 7.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

6.2.4.3 Análise da propagação em função de $\lambda = 10.0$

Com $\lambda = 10$, os valores de SNR apresentados na Tabela 18 indicam novamente a mesma dependência da qualidade do sinal em relação à intensidade do ruído.

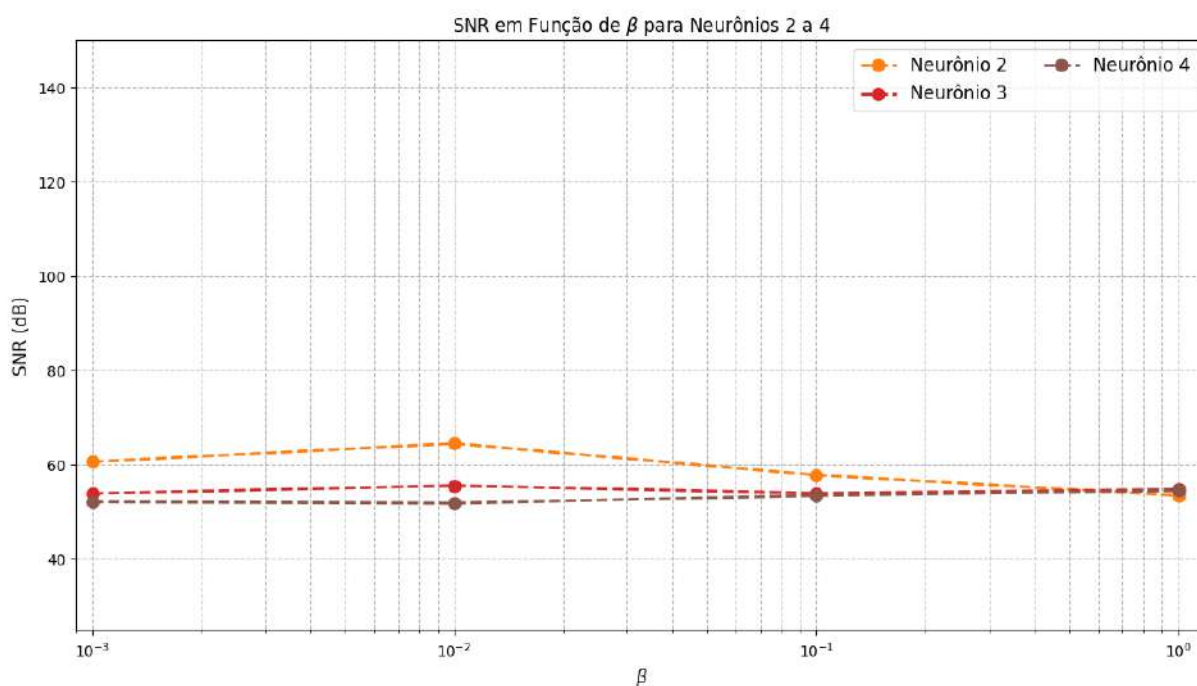
Tabela 18 – Valores de SNR (em dB) para cada neurônio com diferentes intensidades de ruído e $\lambda = 10,0$.

Ruído (β)	Neurônio 1	Neurônio 2	Neurônio 3	Neurônio 4
10^{-3}	91,05	60,67	53,92	52,19
10^{-2}	71,11	64,53	55,61	51,89
10^{-1}	51,36	57,85	53,98	53,50
10^0	31,48	53,51	54,77	54,57

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

O gráfico da Figura 69 apresenta a variação do SNR dos neurônios 2, 3 e 4 em função de β , com $\lambda = 10$. Também equivalente aos casos anteriores com valores menores de λ

Figura 69 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 e 4 com $\lambda = 10.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

6.2.5 Topologia Bidimensional com acoplamento Químico com excitação externa com ruído .

Nesta seção, analisamos uma rede neural composta por cinco neurônios acoplados quimicamente, com intensidade $g_c = 1,0$. As constantes do modelo (HR) foram usadas a da Tabela 12, com corrente de entrada fixada para N_1 em $I_0 = 1,36$. Esse valor foi escolhido por estar acima do limiar necessário para induzir atividade oscilatória no neurônio principal.

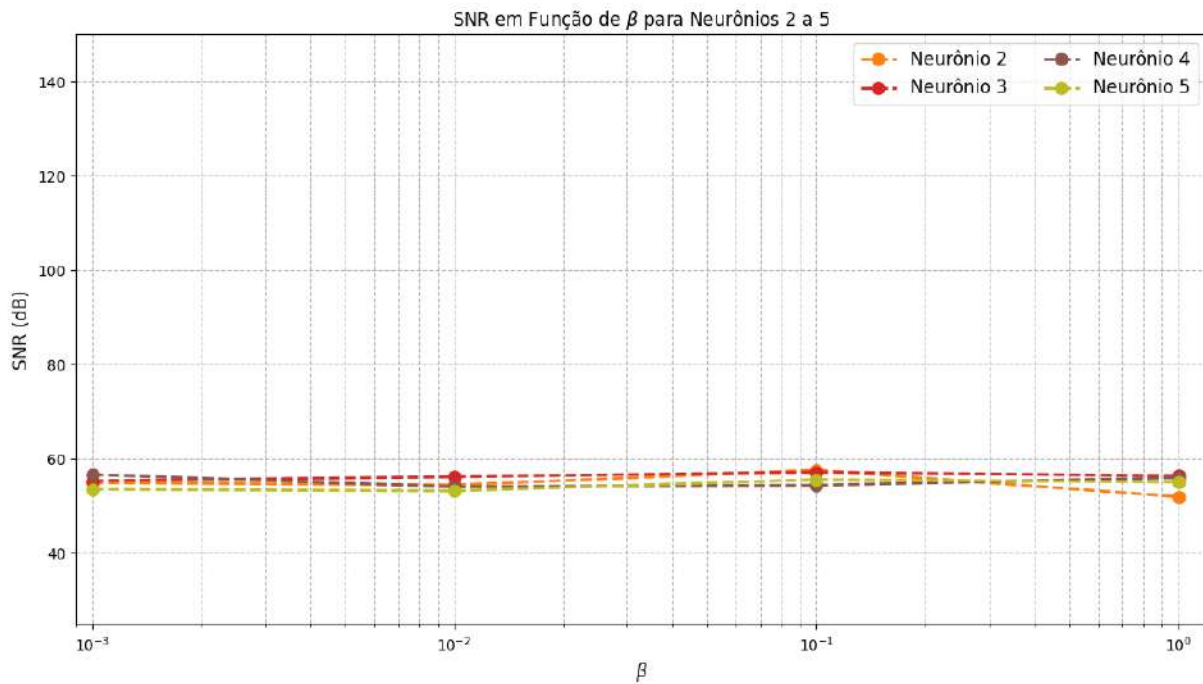
A arquitetura implementada consiste em uma topologia bidimensional com organização triangular, conforme detalhado no Capítulo 4. Essa configuração estabelece um loop de retroalimentação ao longo da sequência de ativação entre os neurônios, conforme ilustrado no Esquema 46:

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \quad (46)$$

A interação entre os neurônios é mediada pela função de ativação sigmoideal. A intensidade do acoplamento químico g_c atua como um fator amplificador das interações sinápticas, favorecendo a propagação de sinais pela rede.

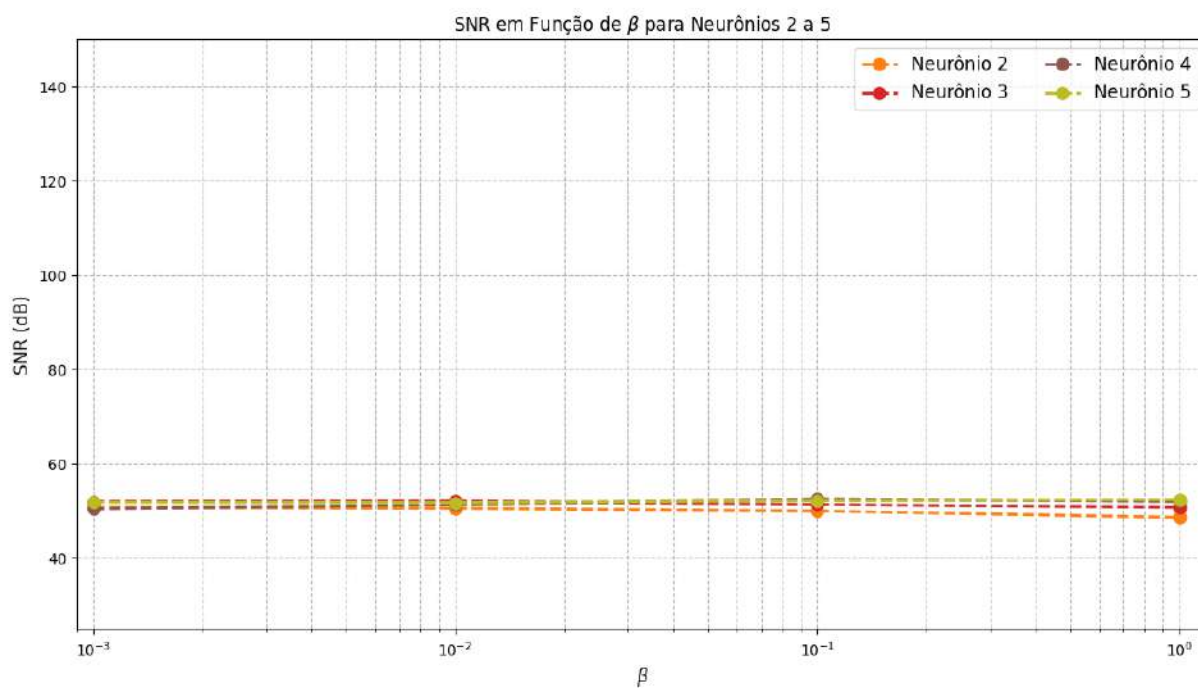
Apresentamos as medidas de ruído na propagação da atividade através da topologia triangular.

Figura 70 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 2.5$



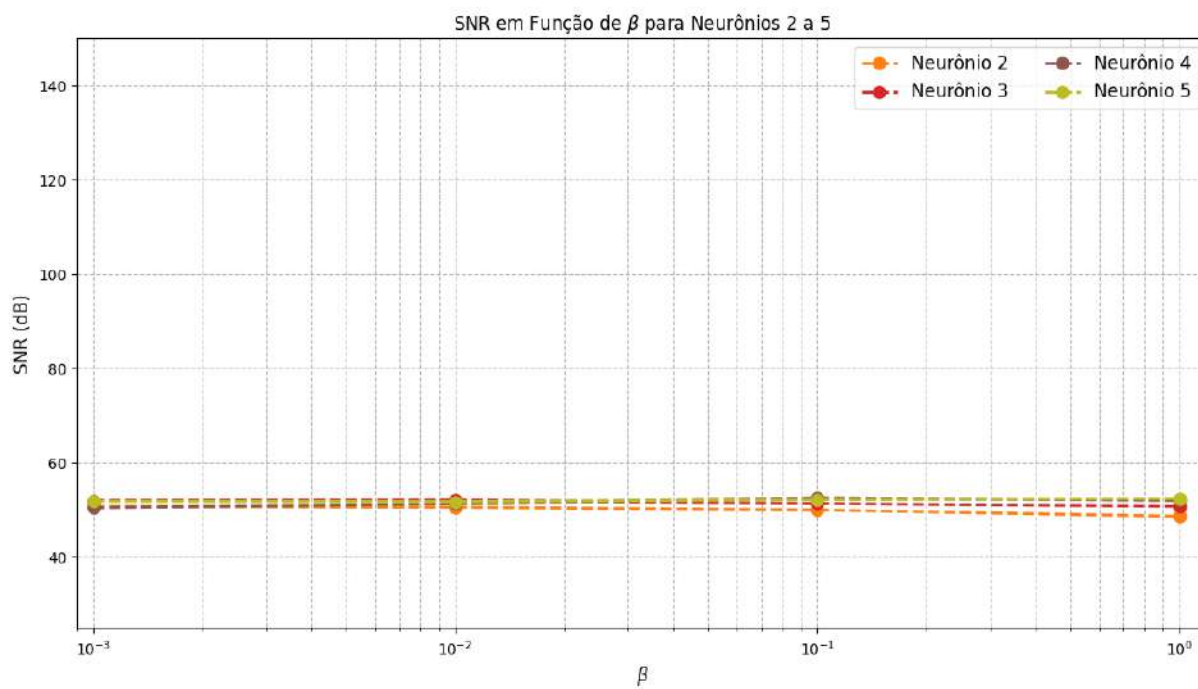
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 71 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 7.5$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 72 – SNR para diferentes valores de Ruído- Neurônios 2 , 3 ,4 e 5 com $\lambda = 10$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A Figura 70 correspondente a $\lambda = 2,5$ mostra que as curvas dos neurônios 2 a 5 praticamente

se sobrepõem, com valores de SNR estáveis na faixa de **50 a 52 dB**. Observa-se pouquíssima ou nenhuma influência visível da variação de β sobre o SNR nesse caso. Para $\lambda = 7,5$ Figura 71, o comportamento permanece praticamente inalterado em relação ao caso anterior. Todos os neurônios apresentam SNR constante, sem alterações perceptíveis com o aumento de β . Os valores continuam próximos de **50 a 52 dB**. Na Figura 72 com $\lambda = 10$, observa-se uma pequena variação entre os neurônios. O **neurônio 2** apresenta uma leve queda no SNR conforme o valor de β aumenta, reduzindo-se de aproximadamente **54 dB** para **50 dB**. Já os neurônios **3, 4 e 5** mantêm um comportamento mais estável, com SNR variando entre **53 e 55 dB**. Nota-se, portanto, que a influência de β começa a tornar-se levemente mais perceptível, embora ainda pequena.

7 CONCLUSÃO

Ao longo desta dissertação, foi realizado um estudo detalhado sobre a propagação de impulsos neurais em redes de neurônios submetidos a condições de excitação sub-limiar, utilizando o modelo de Hindmarsh–Rose para descrever a dinâmica não linear dos potenciais de membrana. Foram exploradas diferentes configurações de acoplamento elétrico e químico, bem como a influência da adição de ruído gaussiano, com o intuito de compreender os mecanismos que viabilizam a transmissão de sinais mesmo em regimes com ausência de disparos espontâneos.

Os resultados obtidos nos capítulos 5 e 6 evidenciaram que o acoplamento entre neurônios é capaz de promover a propagação da atividade oscilatória mesmo em condições sub-limiais, sendo a intensidade do acoplamento e a topologia da rede fatores determinantes para a eficácia dessa transmissão. No caso específico do acoplamento químico, a dependência do limiar de excitação em função dos parâmetros do modelo, como a intensidade do acoplamento (g_c) e o fator da função sigmoide (λ), revelou-se essencial para a manutenção da atividade propagada ao longo da rede.

Outro aspecto relevante abordado foi o impacto do ruído na dinâmica coletiva da rede. Verificou-se que, dependendo da sua intensidade e das condições de acoplamento, o ruído pode atuar como elemento facilitador na propagação dos impulsos, possibilitando o surgimento de padrões oscilatórios que, na ausência desse fator, não seriam observados. Tal comportamento ressalta o papel funcional das flutuações em sistemas neuronais biológicos.

Outro resultado de destaque neste trabalho refere-se à identificação de regimes de *auto-oscilação* em redes sub-limiais acopladas quimicamente. Mesmo na ausência de corrente de excitação externa ($I_0 = 0$), verificou-se que, para certos valores dos parâmetros de acoplamento (g_c) e da função sigmoide (λ), a rede é capaz de sustentar oscilações de forma autônoma e estável. Esse comportamento reforça a compreensão de que o acoplamento entre neurônios pode induzir dinâmicas coletivas autossustentáveis, destacando o papel da conectividade na manutenção de atividades oscilatórias em redes neuronais, mesmo quando individualmente cada unidade estaria em repouso. Um dos resultados mais relevantes deste trabalho foi a observação do fenômeno de restabelecimento espontâneo da atividade oscilatória em redes neuronais submetidas a condições sub-limiais. Verificou-se que, mesmo após a interrupção temporária da propagação do sinal em neurônios intermediários da rede, observou-se a reativação das oscilações nos neurônios subsequentes. Esse comportamento sugere a presença de mecanismos que, permitem que a rede recupere sua atividade mesmo em situações desfavoráveis à continuidade da propagação.

Finalmente, este trabalho contribui para o entendimento dos mecanismos responsáveis pela comunicação em redes neurais sob condições de operação próximas ao limiar de disparo. Os resultados

aqui apresentados fornecem subsídios para o desenvolvimento de futuros estudos que busquem explorar configurações mais complexas de rede, incluindo topologias não triviais e dinâmicas adaptativas, aproximando ainda mais os modelos teóricos das redes neurais encontradas na natureza.

Como continuidade deste trabalho, propõe-se a expansão da análise para redes com acoplamentos heterogêneos, bem como a introdução de mecanismos de plasticidade sináptica e adaptação estrutural, a fim de investigar a interação entre dinâmicas de propagação e processos de aprendizado em sistemas neurais sub-limiais.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO F.; CARVALHO, L. G. L. F. J. F. R. L. R. F. W. L. R. Equal numbers of neuronal and nonneuronal cells make the human brain an isometrically scaled-up primate brain. **Journal of Comparative Neurology**, v. 513, n. 5, p. 532–541, 2009. Disponível em <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/19226510>. Acesso em: 17 out. 2024.
- BAPTISTA, M. S.; KAKMENI, F. M. M.; GREBOGI, C. Combined effect of chemical and electrical synapses in hindmarsh-rose neural networks on synchronization and the rate of information. **Physical Review E**, APS, v. 82, n. 3, p. 036203, 2010. Disponível em <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.82.036203>. Acesso: 12 Jan. 2024.
- BEAR M. F.; CONNORS, B. W. P. M. A. **Neurociências: desvendando o sistema nervoso**. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2017. Disponível em <https://www.meulivro.biz/neuroanatomia/1860/neurociencias-desvendando-o-sistema-nervoso-4-ed-pdf/>. Acesso em: 22 set. 2024. ISBN 9788582713667.
- BENJAMIN P. R.; CHASE, D. L. Electrical synapses: molecular insights into functional roles. **Trends in Neurosciences**, v. 23, n. 12, p. 607–614, 2000. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166223600011613>. Acesso em: 19 out. 2024.
- BENNETT MICHAEL V. L.; ZUKIN, R. S. Electrical coupling and neuronal synchronization in the mammalian brain. **Neuron**, Elsevier, v. 41, n. 4, p. 495–511, 2004. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0896627304000431>. Acesso em: 07 nov. 2024.
- BERNE ROBERT M.; LEVY, N. M. **Fisiologia**. 6. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009. Disponível em <https://www.elsevier.com/books/fisiologia/berne/9788535280434>. Acesso em: 21 set. 2024.
- BRUNEL, N. Dynamics of sparsely connected networks of excitatory and inhibitory spiking neurons. **Journal of Computational Neuroscience**, v. 8, n. 3, p. 183–208, 2000. Disponível em <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1008925309027>. Acesso em: 05 dez. 2024.
- CABALLERO JUAN; MARTÍNEZ, L. Sincronización de sistemas dinámicos complejos. **Revista de Ingeniería de Sistemas**, v. 35, n. 2, p. 123–135, 2019. Disponível em <https://www.revistadeingenieria.com/articulo/2019/35/2/sincronizacion-sistemas-dinamicos>. Acesso em: 11 nov. 2024.
- CABELLA, M. **Análise da relação sinal-ruído em sinais neurais**. São Paulo, 2008. Disponível em <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/1234/123456/tde-20081201-123456/pt-br.php>. Dissertação de Mestrado em Física. Acesso em: 08 out. 2024.
- DAYAN PETER; ABBOTT, L. F. **Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems**. Cambridge, MA: MIT Press, 2001. Disponível em <https://mitpress.mit.edu/9780262041994/theoretical-neuroscience/>. Acesso em: 22 set. 2024.
- DESTEXHE ALAIN; RUDOLPH, M. P. D. Fluctuating synaptic conductances recreate in vivo-like activity in neocortical neurons. **Neuroscience**, Elsevier, v. 107, n. 1, p. 13–24, 2001. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030645220100344X>. Acesso em: 17 out. 2024.
- FAISAL ALDO A.; SELEN, L. P. J. W. D. M. Noise in the nervous system. **Nature Reviews Neuroscience**, Nature Publishing Group, v. 9, n. 4, p. 292–303, 2008. Disponível em <https://www.nature.com/articles/nrn2258>. Acesso em: 14 nov. 2024.

GERSTNER WULFRAM; KISTLER, W. M. **Spiking Neuron Models: Single Neurons, Populations, Plasticity**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. Disponível em <https://www.cambridge.org/core/books/spiking-neuron-models/8F9B0F92105B7C41D5D0D3F9E5F46A28>. Acesso em: 18 nov. 2024.

HILLE, B. **Ion Channels of Excitable Membranes**. 3. ed. Sunderland, MA: Sinauer Associates, 2001. Disponível em <https://www.sinauer.com/ion-channels-of-excitable-membranes.html>. Acesso em: 29 out. 2024.

HINDMARSH J. L.; ROSE, R. M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations. **Nature**, v. 296, n. 5853, p. 162–164, 1982. Disponível em <https://www.nature.com/articles/296162a0>. Acesso em: 15 nov. 2024.

HINDMARSH JAMES L.; ROSE, R. M. A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations. **Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences**, The Royal Society London, v. 221, n. 1222, p. 87–102, 1984. Disponível em <https://doi.org/10.1098/rspb.1984.0024>. Acesso em: 22 set. 2024.

HODGKIN, A. L.; HUXLEY, A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. **The Journal of Physiology**, Cambridge University Press, v. 117, n. 4, p. 500, 1952. Disponível em <https://physoc.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1113/jphysiol.1952.sp004764>. Acesso em: 03 Fev. 2024.

IZHIKEVICH, E. M. Simple model of spiking neurons. **IEEE Transactions on Neural Networks**, IEEE, v. 14, n. 6, p. 1569–1572, 2003. Disponível em <https://ieeexplore.ieee.org/document/1257420>. Acesso em: 24 set. 2024.

IZHIKEVICH, E. M. **Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting**. Cambridge, MA: MIT Press, 2007. ISBN 9780262090438.

JOHNSTON DANIEL; WU, S. M.-S. **Foundations of Cellular Neurophysiology**. [S.l.]: MIT Press, 1995. Disponível em <https://mitpress.mit.edu/9780262041390/foundations-of-cellular-neurophysiology/>. Acesso em: 27 set. 2024.

KANDEL E.; SCHWARTZ, J. J.-T. S. S. **Princípios de Neurociência**,. [S.l.: s.n.].

KANDEL ERIC R.; SCHWARTZ, J. H. J. T. M. **Principles of Neural Science**. 4. ed. New York: McGraw-Hill, 2000. Disponível em <https://www.mheducation.com/highered/product/principles-neural-science-kandel/M9780071390118.html>. Acesso em: 18 out. 2024.

KANDEL ERIC R.; SCHWARTZ, J. H. J. T. M. S. S. A. H. A. J. **Principles of Neural Science**,. [S.l.: s.n.].

LAPICQUE, L. Recherches quantitatives sur l'excitation électrique des nerfs traitée comme une polarisation. **Journal de Physiologie et de Pathologie Générale**,.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios: conceitos fundamentais de neurociência**. São Paulo: Atheneu, 2004. 698 p. Disponível em <https://www.scielo.br/j/>. Acesso em: 11 dez. 2024.

LINDNER, B.; GARCÍA-OJALVO, J.; NEIMAN, A.; SCHIMANSKY-GEIER, L. Effects of noise in excitable systems. **Physics Reports**, Elsevier, v. 392, n. 6, p. 321–424, 2004. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157304000080>. Acesso em: 07 nov. 2024.

MAINIERI, R. J. Acoplamento elétrico e sincronização em redes de neurônios.

Revista de Neurofísica Teórica, v. 12, n. 2, p. 45–58, 2006. Disponível em <https://www.revistanfisiologia.ufrj.br/artigo/2006/mainieri>. Acesso em: 15 out. 2024.

MCDONNELL, M. D.; ABBOTT, D. What is stochastic resonance? definitions, misconceptions, debates, and its relevance to biology. **PLoS Computational Biology**, v. 5, n. 5, p. e1000348, 2009. Disponível em <https://journals.plos.org/ploscompbiol/article?id=10.1371/journal.pcbi.1000348>. Acesso em: 12 nov. 2024.

NORDLIE E.; GEWALTIG, M.-O. P. H. E. Towards reproducible descriptions of neuronal network models. **PLoS Computational Biology**, v. 6, n. 8, p. e1000456, 2010. Disponível em <https://journals.plos.org/ploscompbiol/article?id=10.1371/journal.pcbi.1000456>. Acesso em: 05 dez. 2024.

PEREDA, A. E. Electrical synapses and their functional interactions with chemical synapses. **Nature Reviews Neuroscience**, v. 15, n. 4, p. 250–263, 2014. Disponível em <https://www.nature.com/articles/nrn3708>. Acesso em: 08 jan. 2025.

PIKOVSKY A.; ROSENBLUM, M. K. J. **Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. Disponível em <https://www.cambridge.org/core/books/synchronization/8F9B0F92105B7C41D5D0D3F9E5F46A28>. Acesso em: 10 nov. 2024.

PURVES, D. et al. **Neuroscience**. 6. ed. [S.I.]: Oxford University Press, 2018. Disponível em <https://global.oup.com/academic/product/neuroscience-9780190859522>. Acesso: 21 Out.2024.

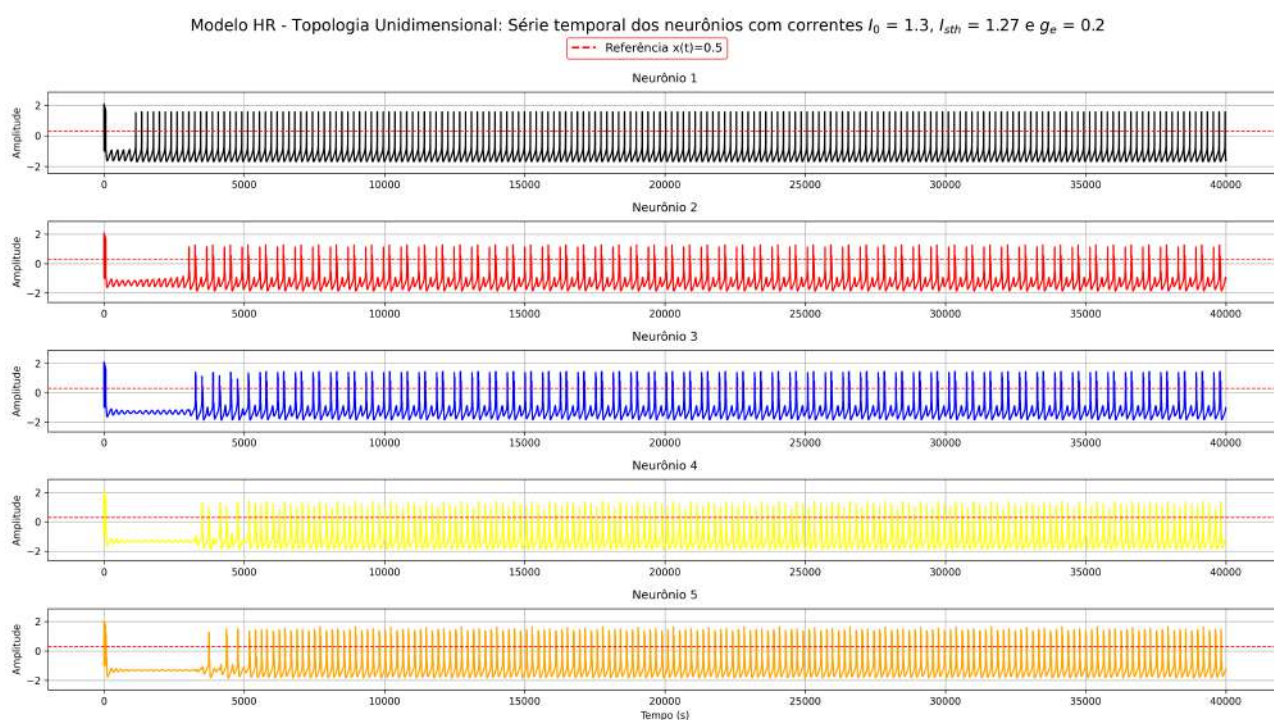
RIEKE F.; WARLAND, D. R. V. S. R. d. B. W. **Spikes: Exploring the neural code**. [S.I.]: MIT Press, 1999. Disponível em <https://mitpress.mit.edu/9780262541857/spikes/>. Acesso em: 03 dez. 2024.

WANG Y.; DOE, J. S. J. A. A. Recent advances in synchronization of complex networks. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, v. 33, n. 5, p. 2001–2015, 2022. Disponível em <https://ieeexplore.ieee.org/document/9579876>. Acesso em: 21 nov. 2024.

APÊNDICE A – PROPAGAÇÃO EM REDES NEURAIS SUB-LIMIAR NO MODELO HR

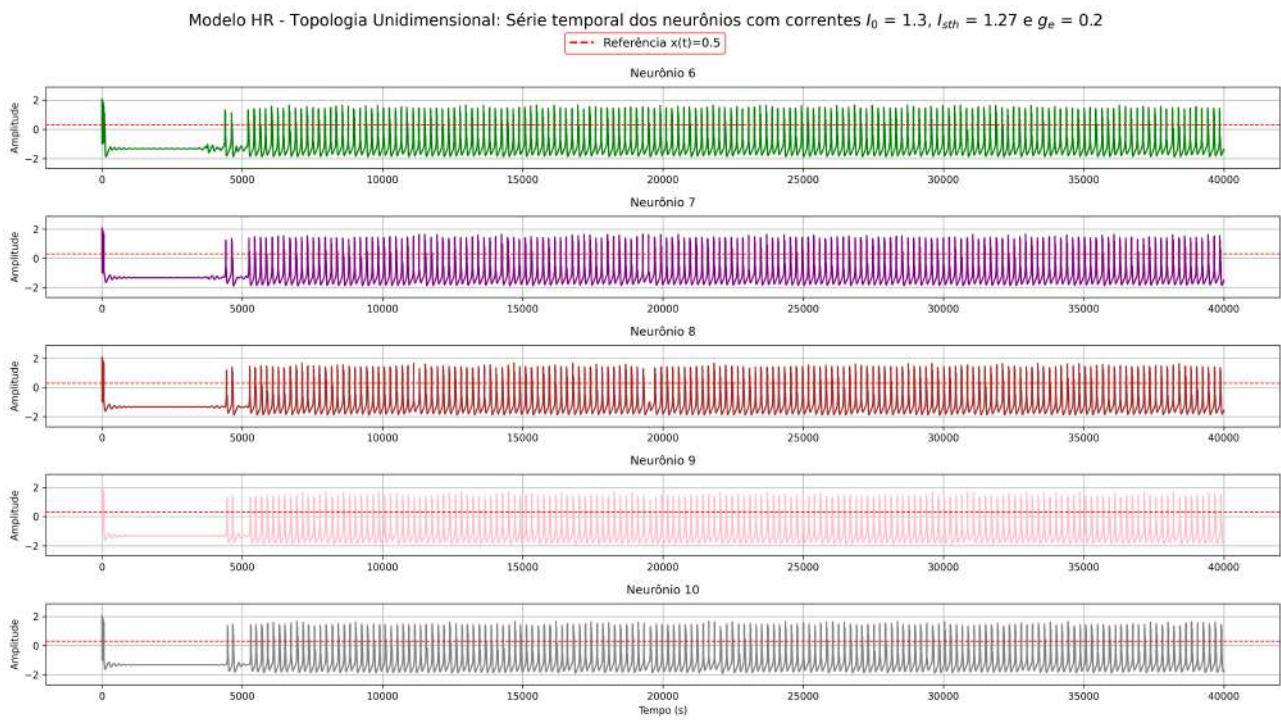
A.1 ACOPLAMENTO ELÉTRICO UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_e COM SINAL EXTERNO.

Figura 73 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.2$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



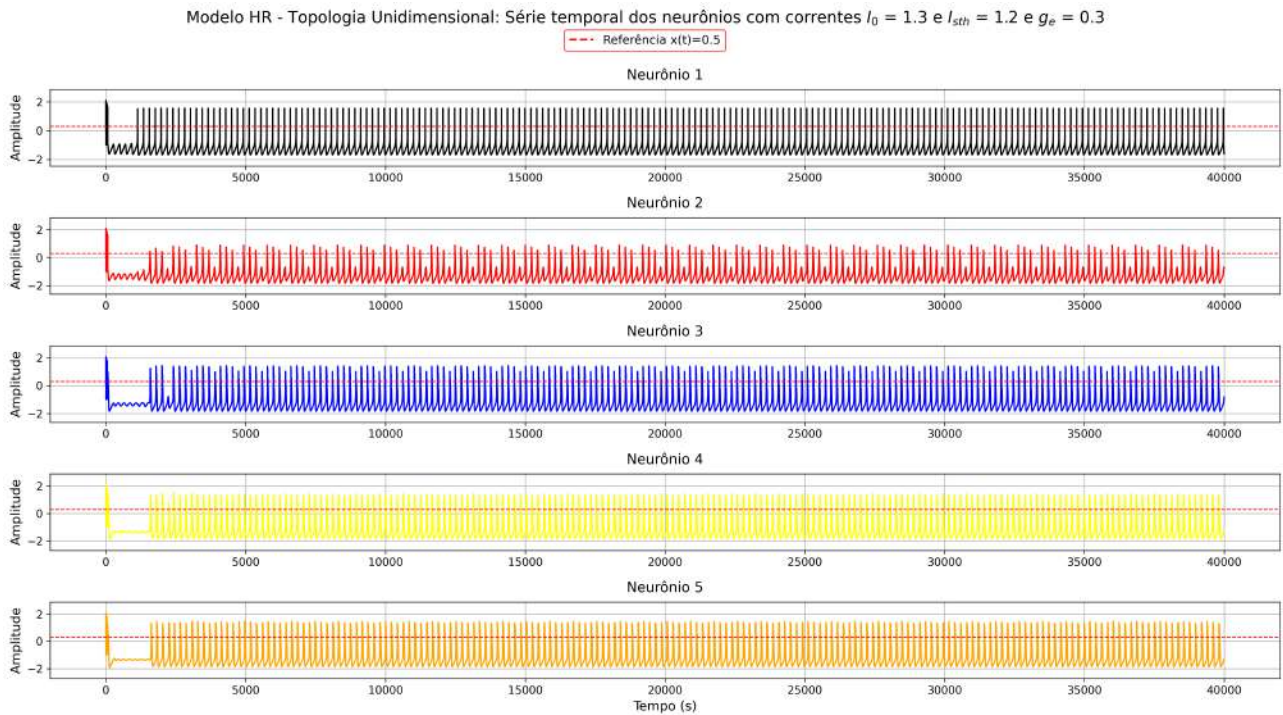
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 74 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.2$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



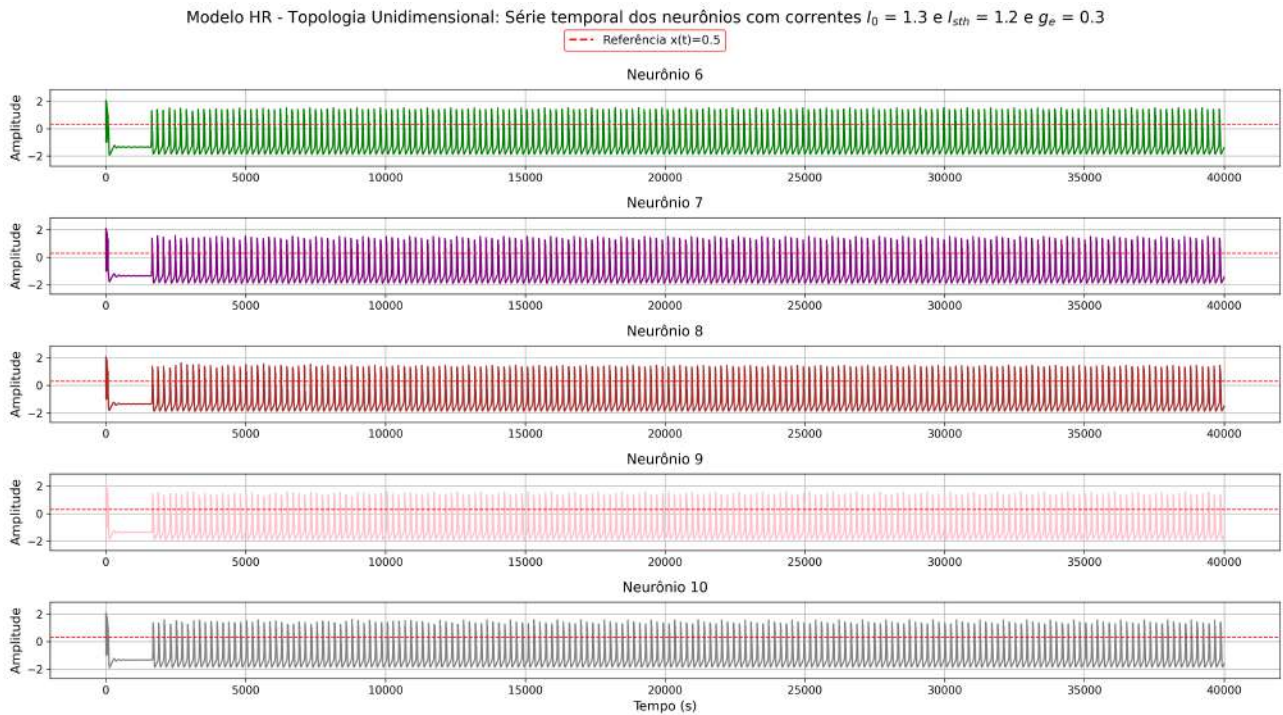
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 75 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.3$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



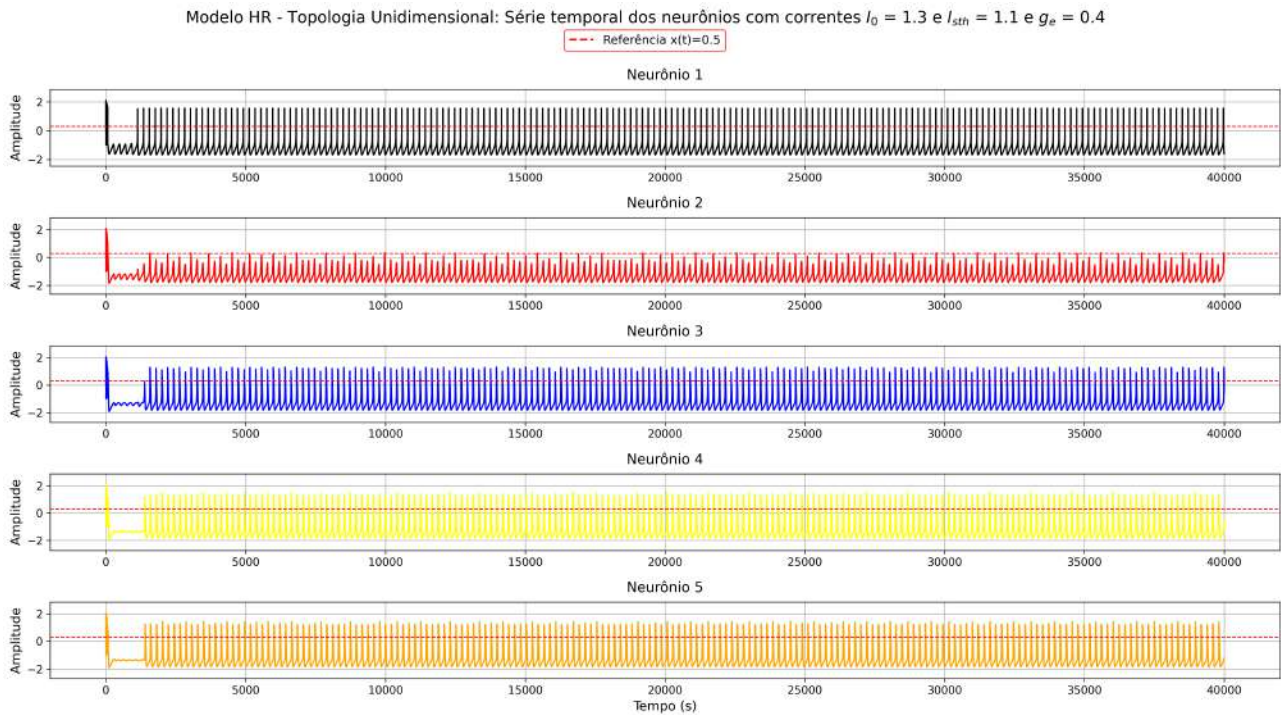
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 76 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.3$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



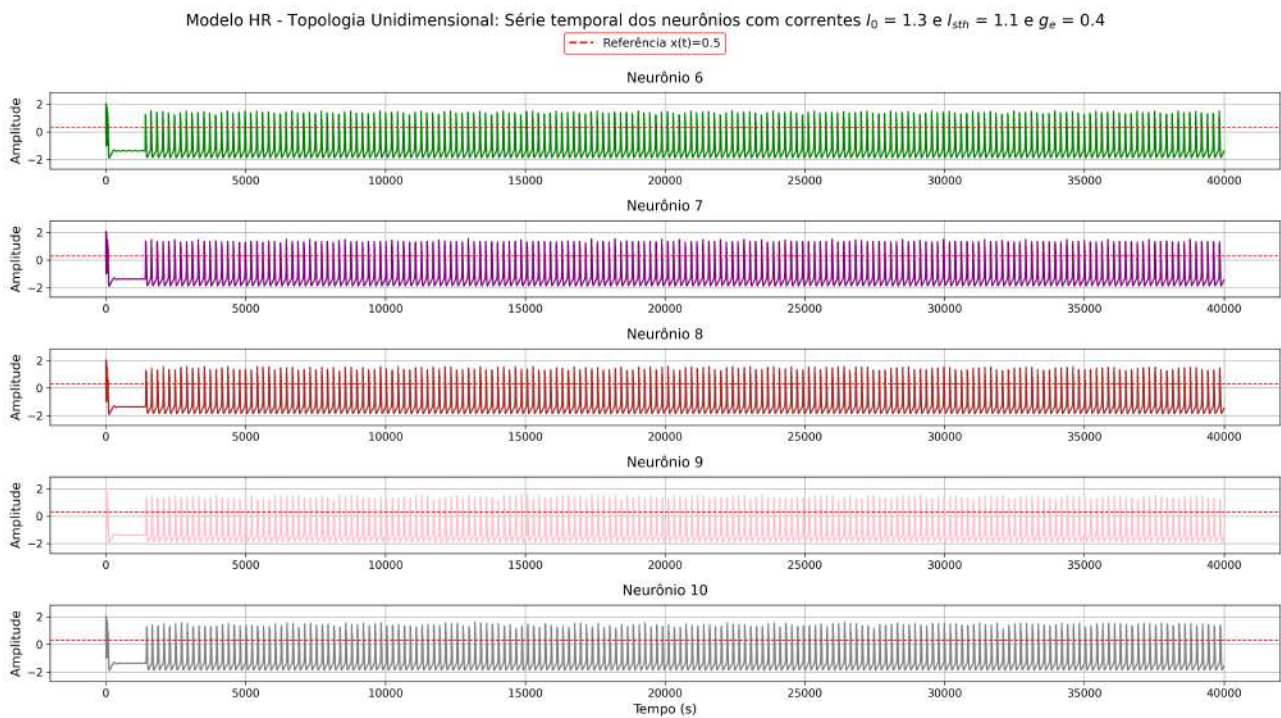
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 77 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



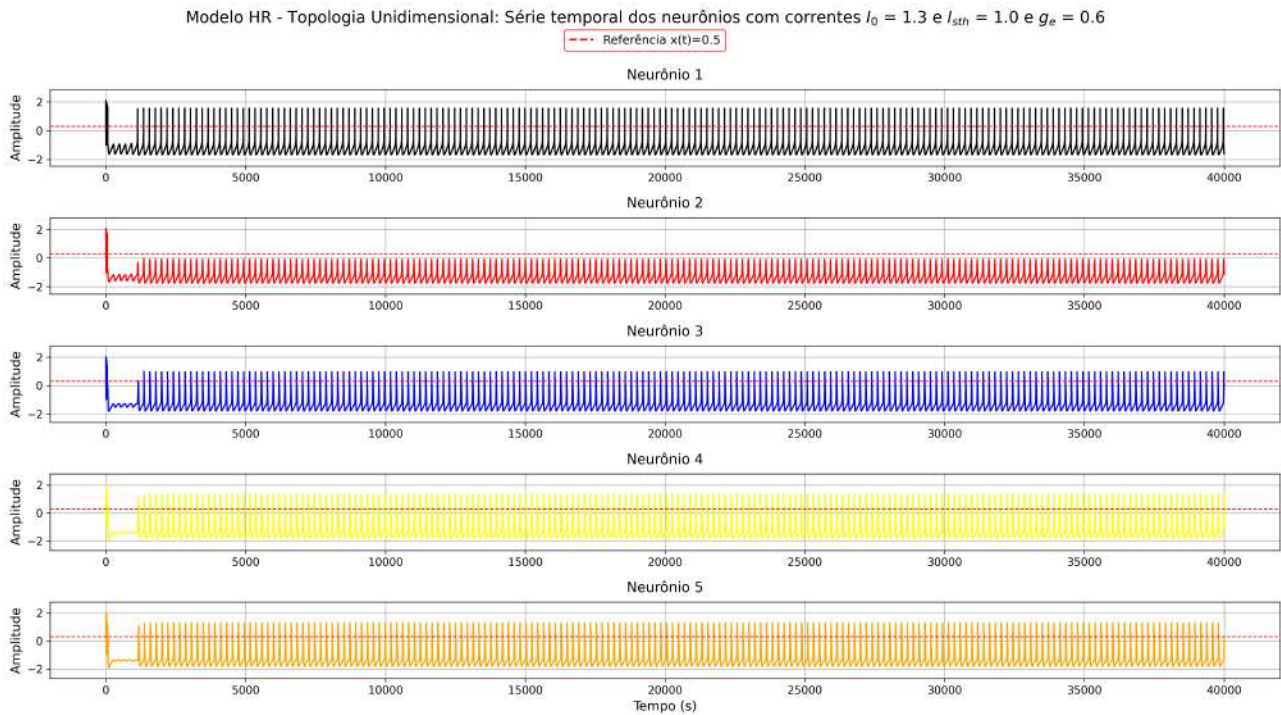
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 78 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



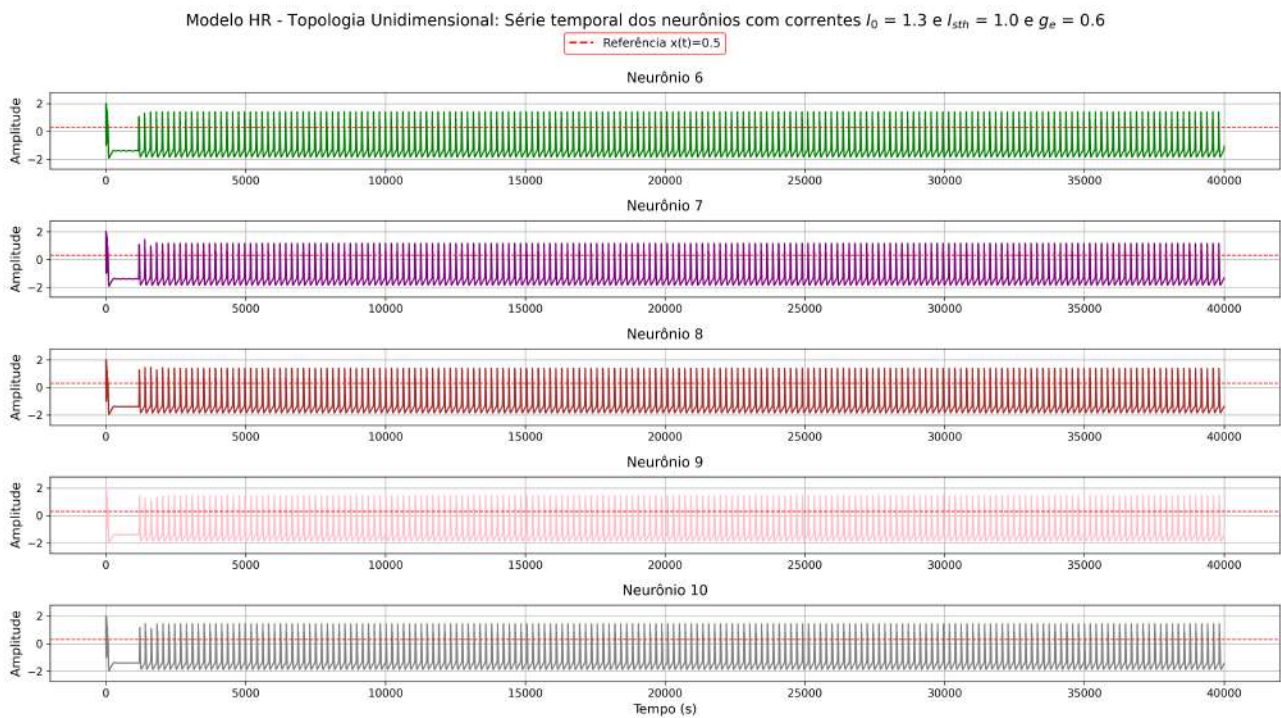
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 79 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.6$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



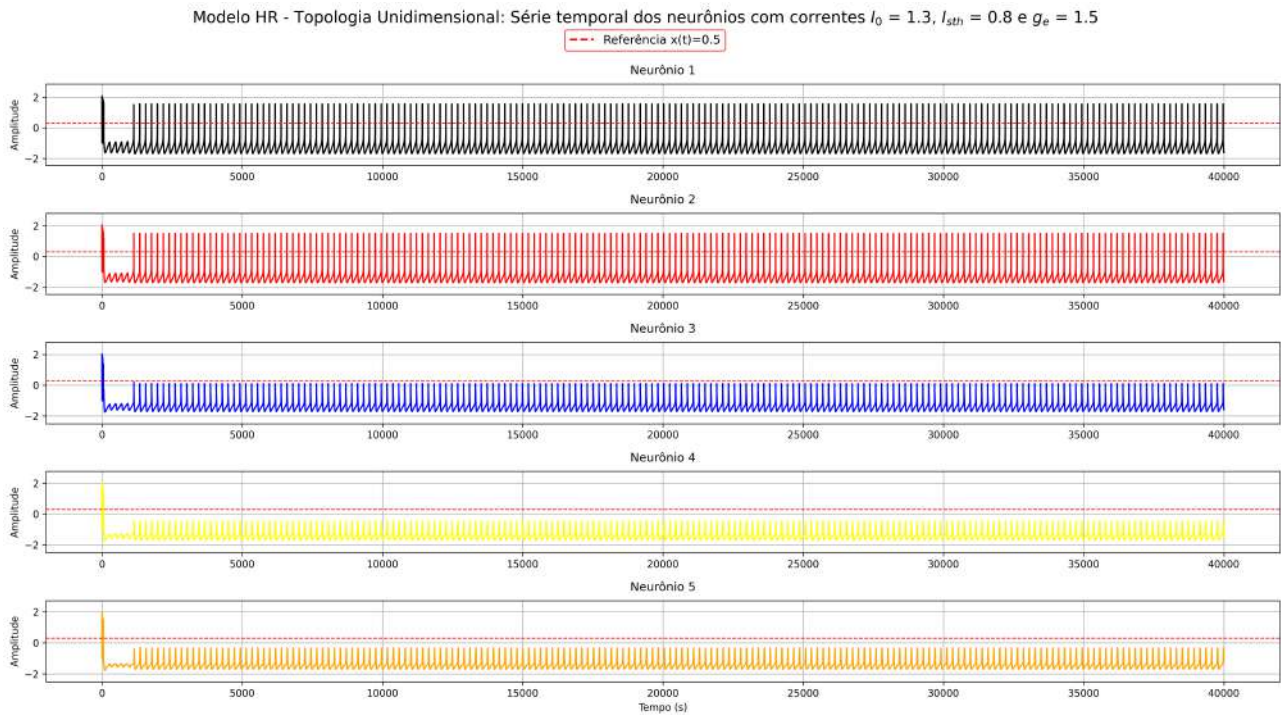
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 80 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 0.6$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



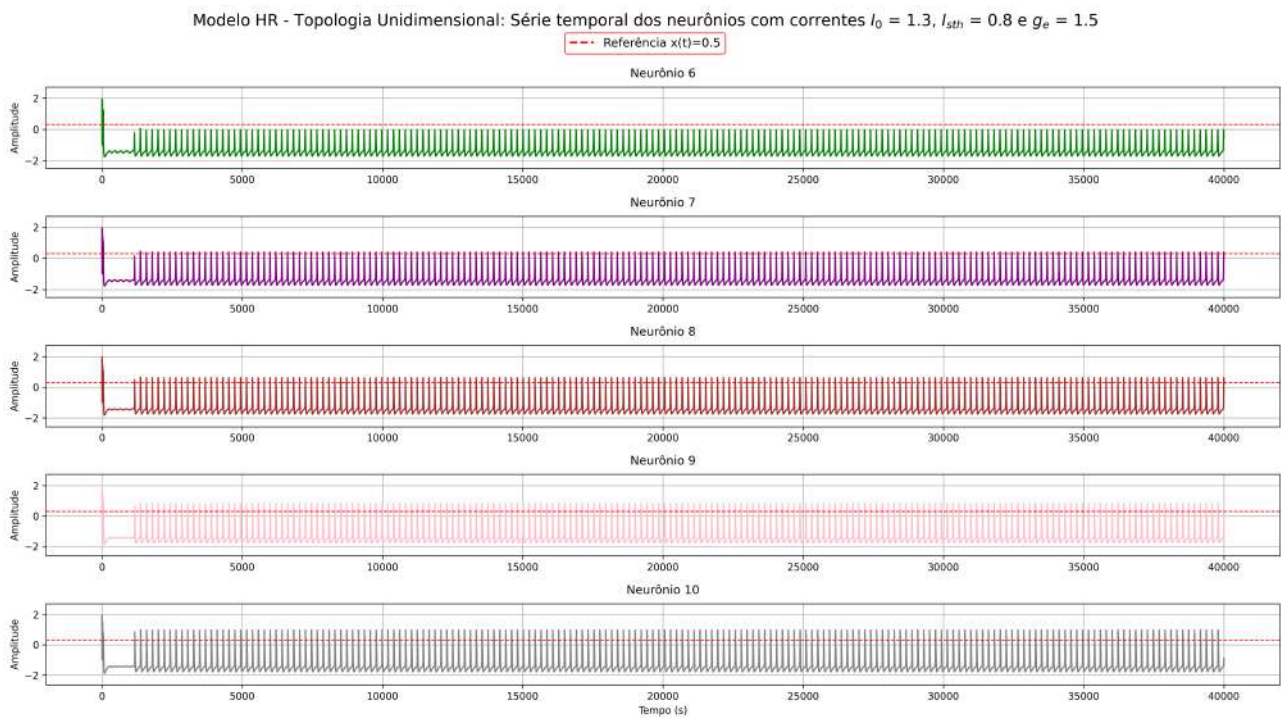
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 81 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.5$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



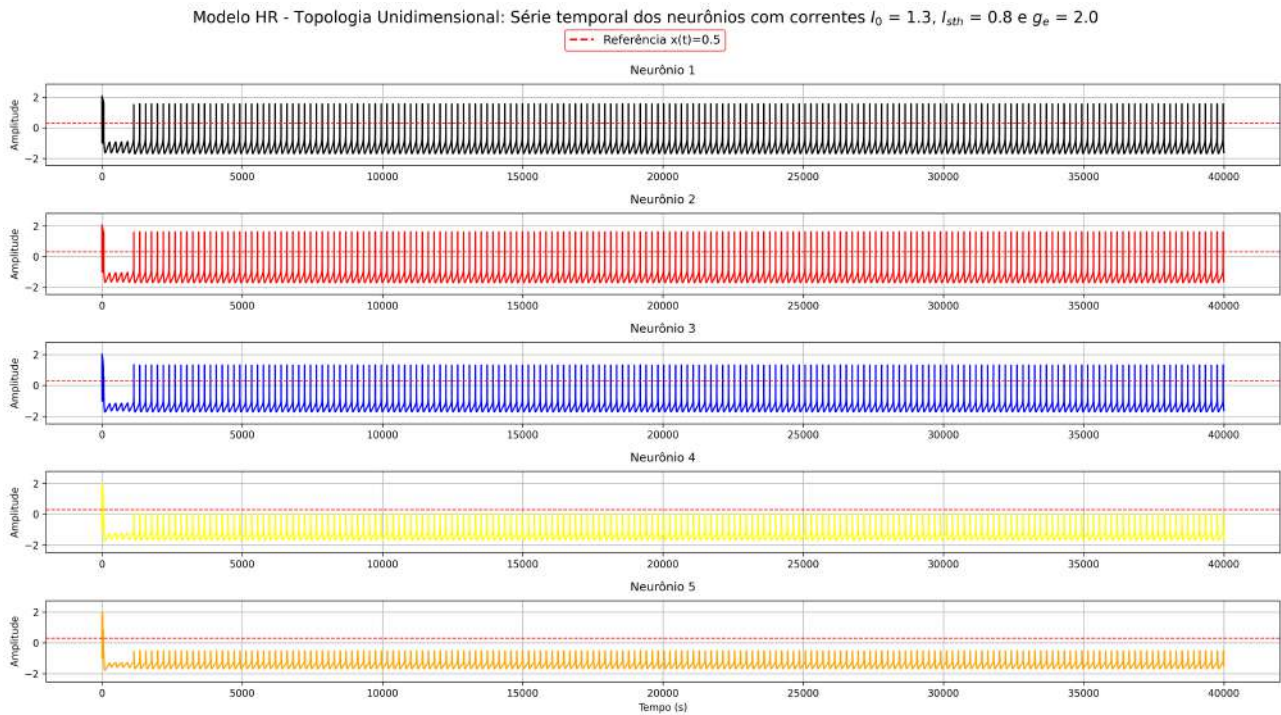
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 82 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 1.5$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



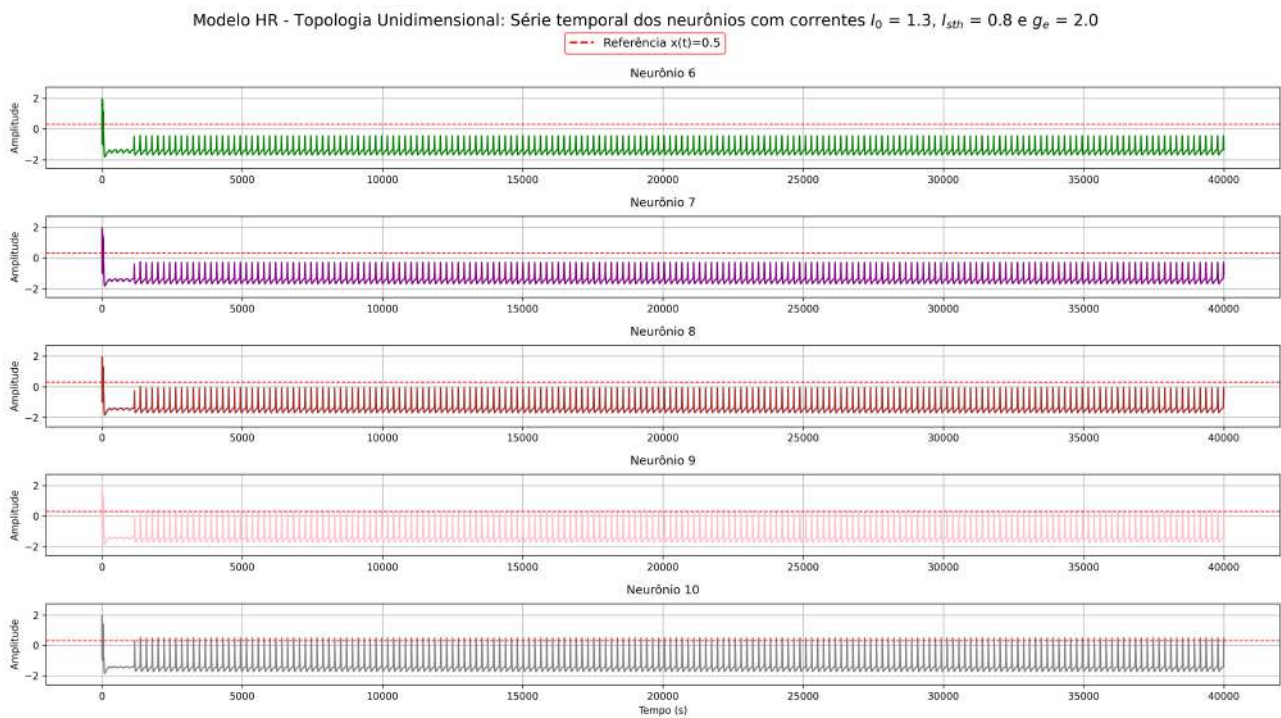
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 83 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 2.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 84 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento elétrico $g_e = 2.0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_e .

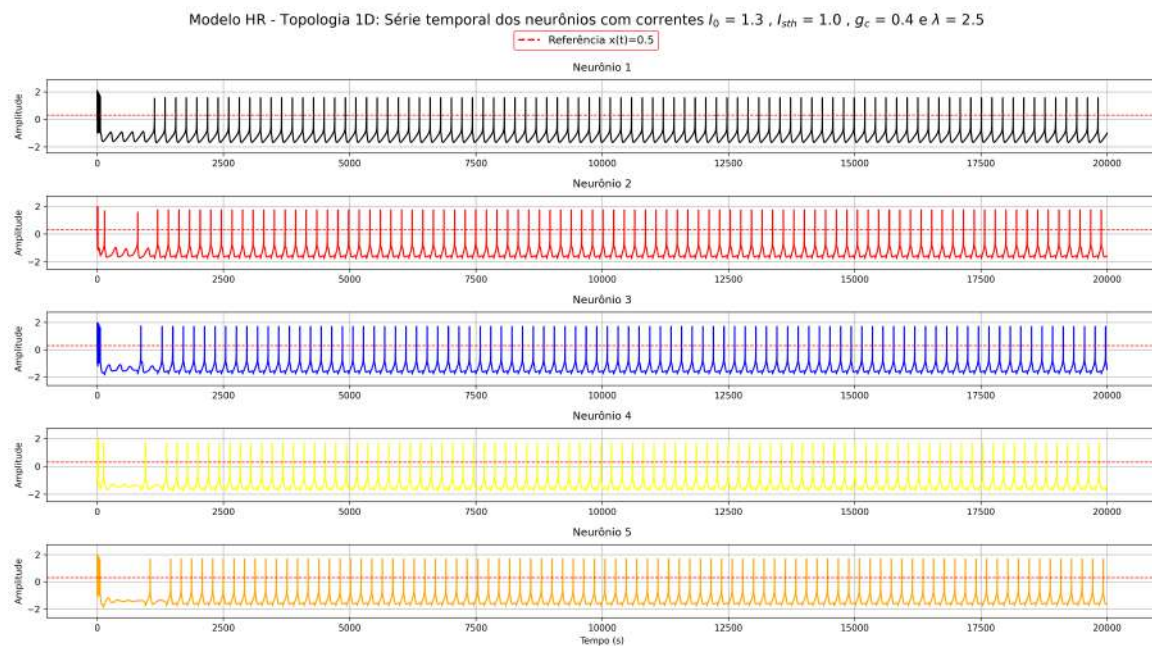


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A.2 ACOPLAMENTO QUÍMICO COM DIFERENTES VALORES DE λ UNIDIMENSIONAL PARA DIFERENTES VALORES DE g_c COM CORRENTE COM CORRENTE DE EXCITAÇÃO EXTERNA

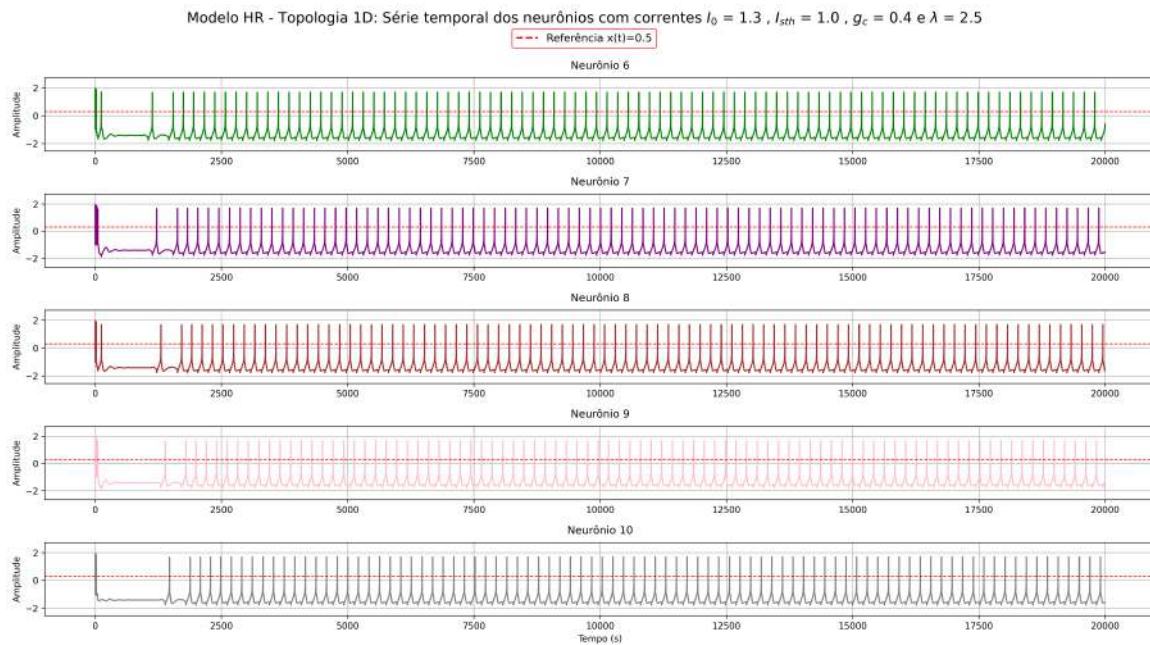
A.2.1 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 0.4$)

Figura 85 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0.4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1.3$, corrente limiar $I_{sth} = 1.0$ e $\lambda = 2.5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



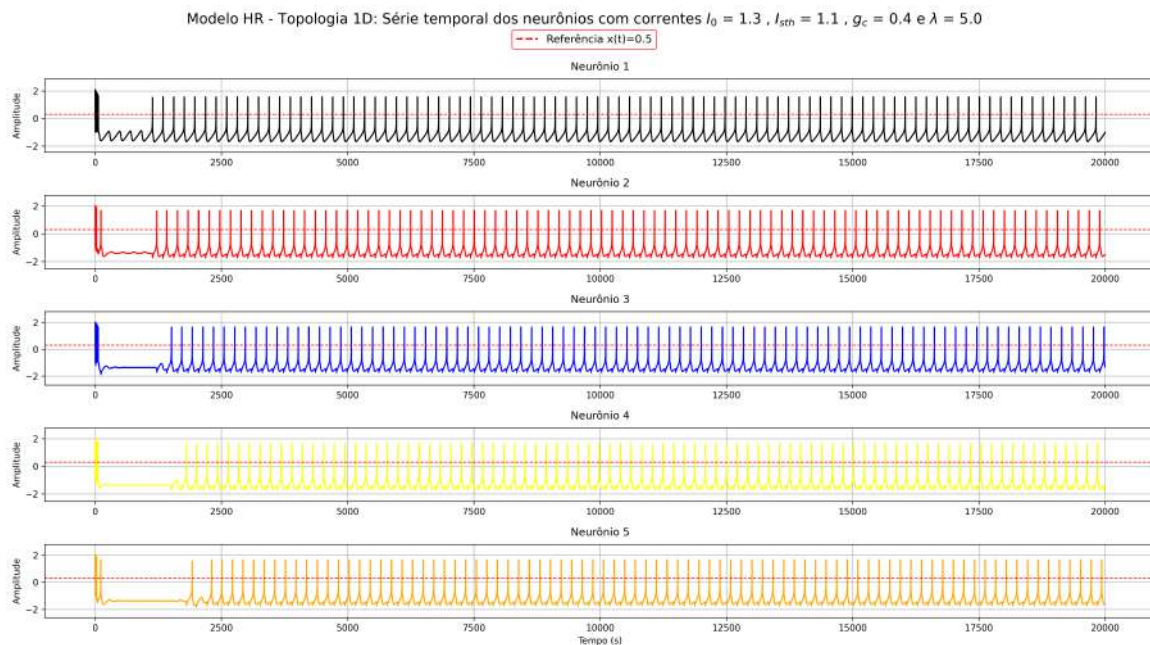
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 86 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e parâmetro $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



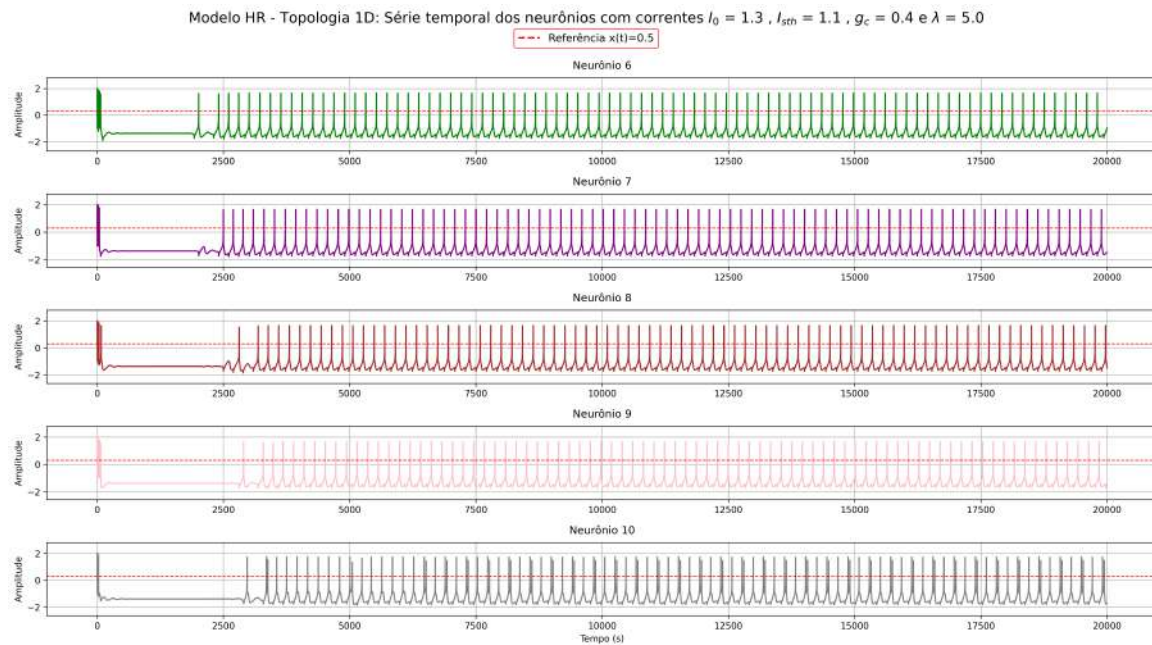
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 87 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,1$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



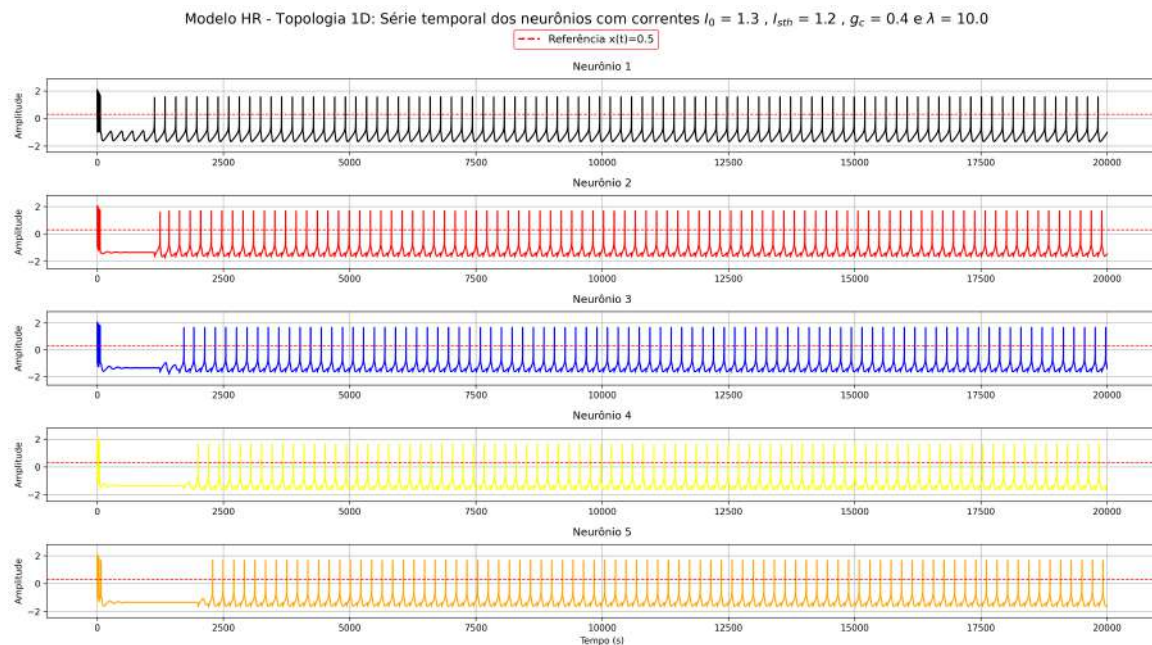
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 88 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,1$ e parâmetro $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



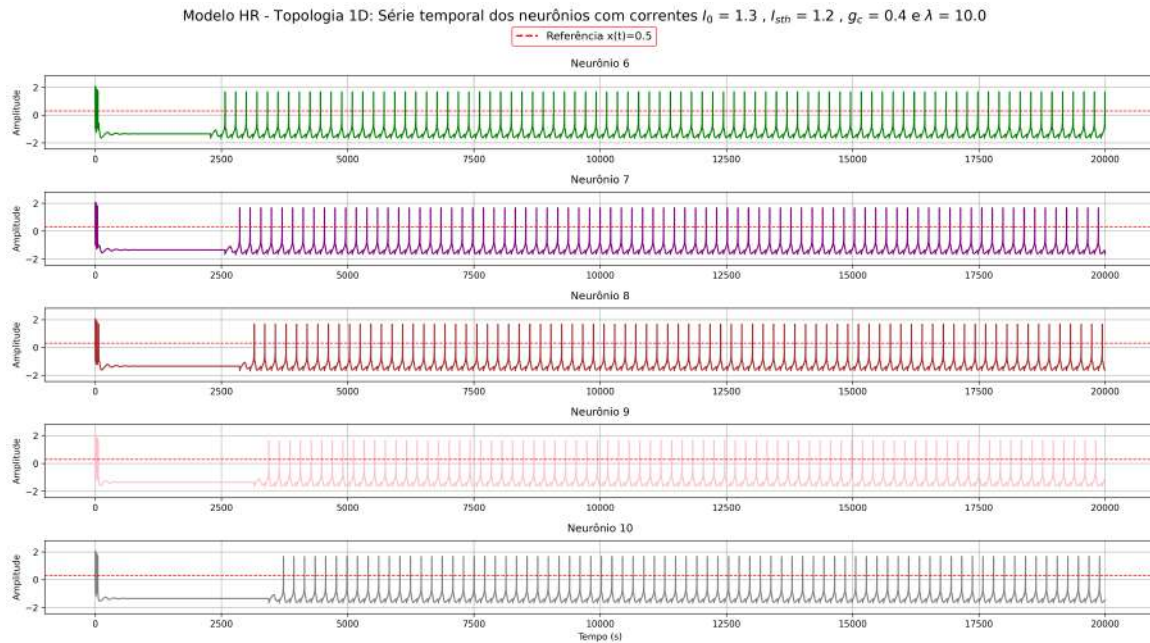
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 89 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

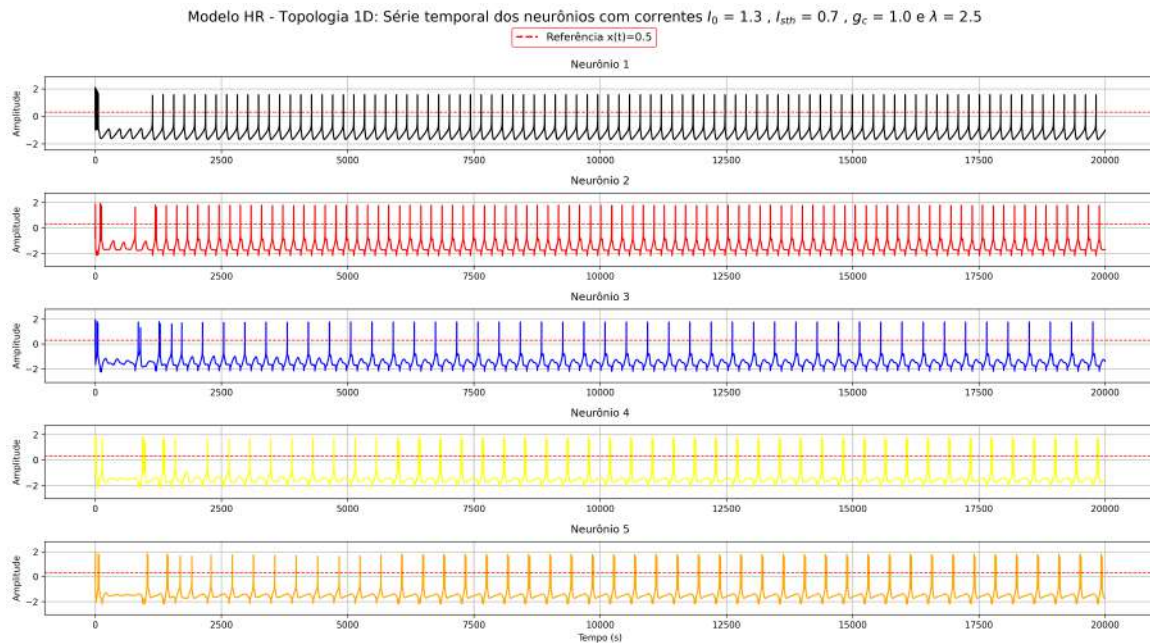
Figura 90 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 0,4$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,2$ e parâmetro $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

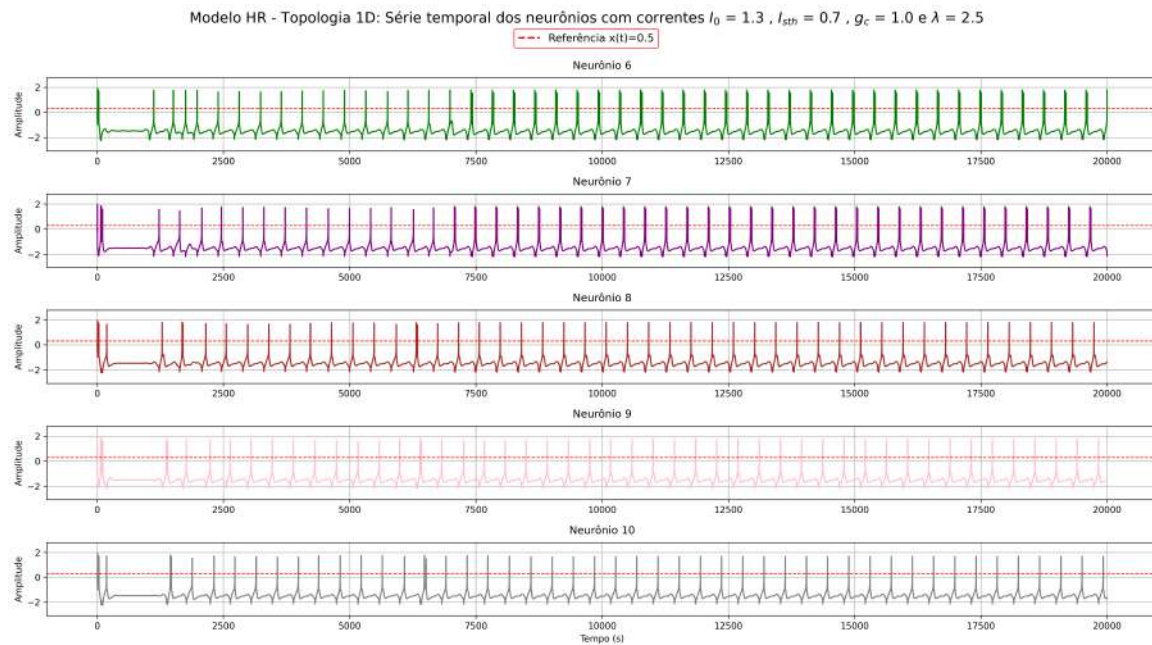
A.2.2 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 1.0$)

Figura 91 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



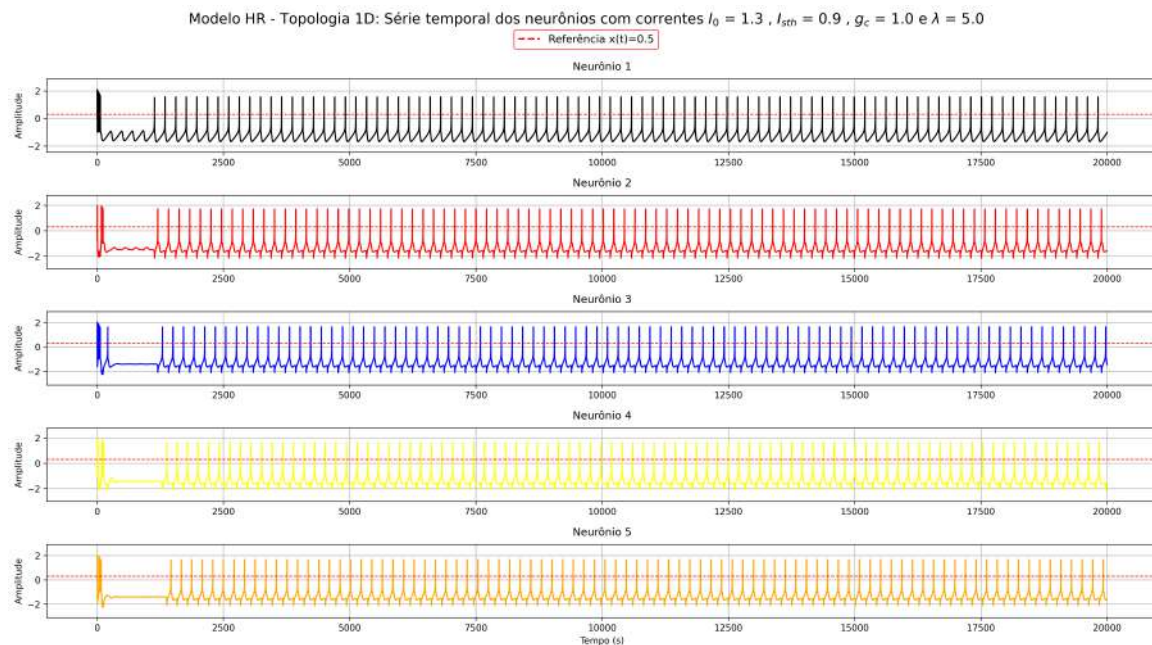
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 92 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e parâmetro $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



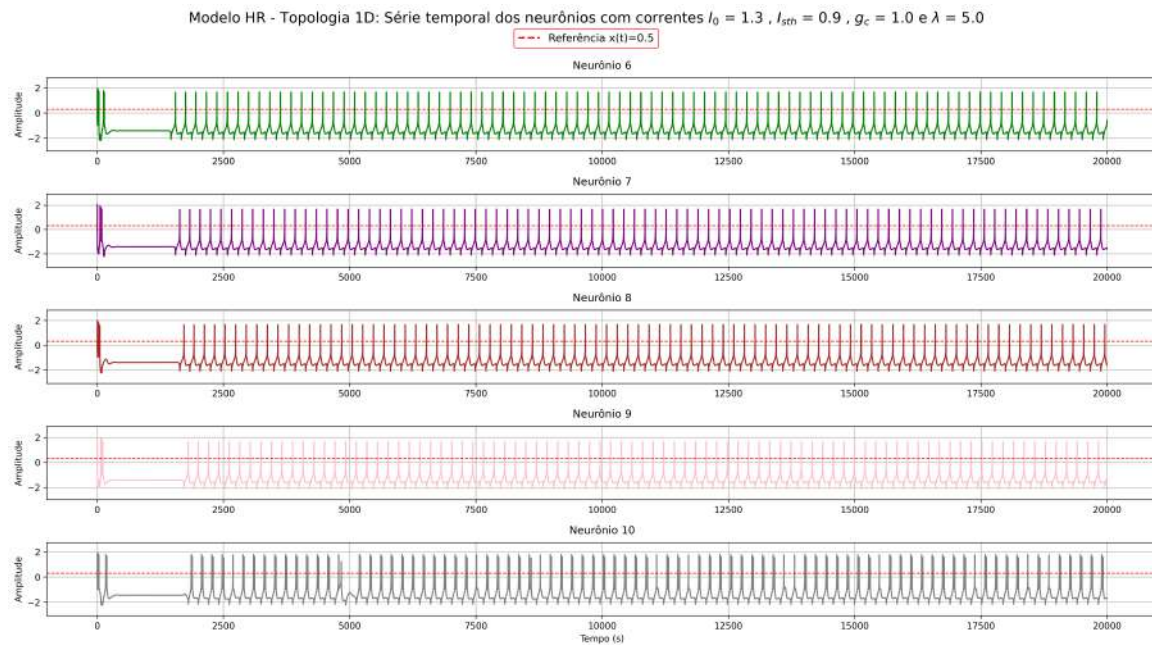
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 93 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



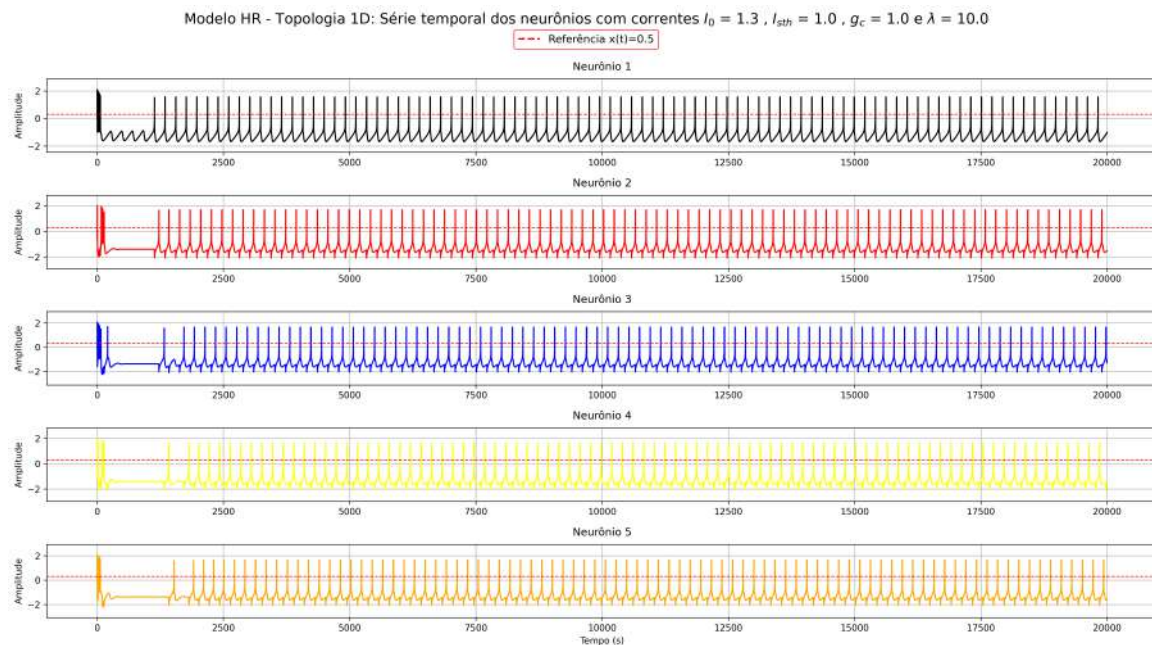
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 94 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e parâmetro $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



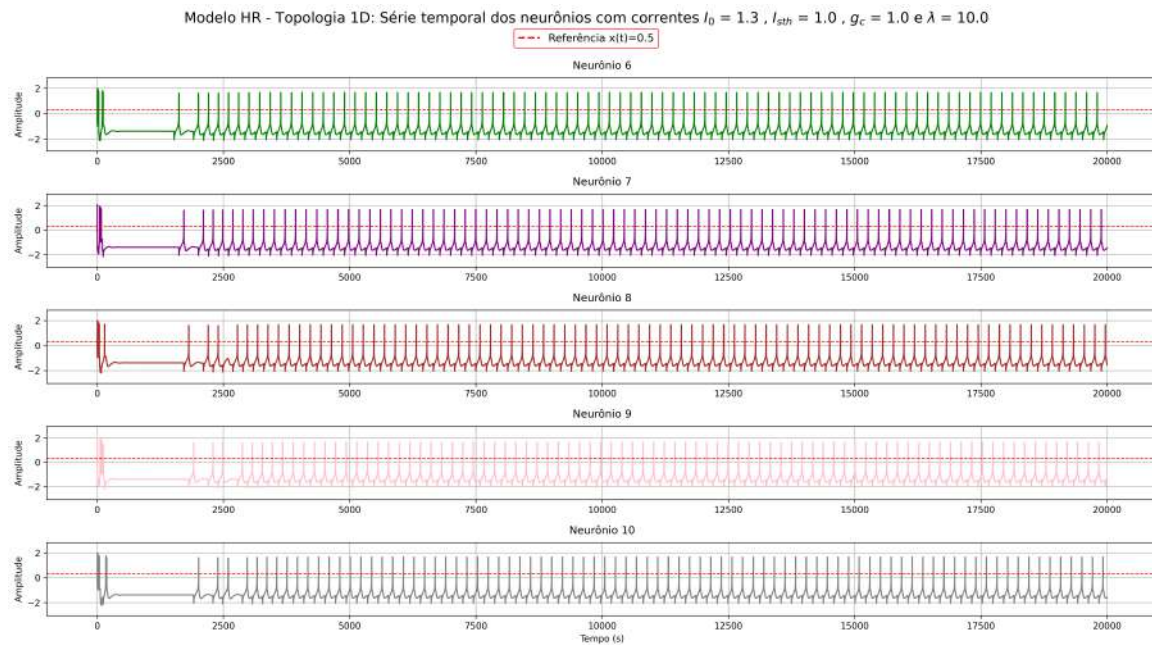
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 95 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

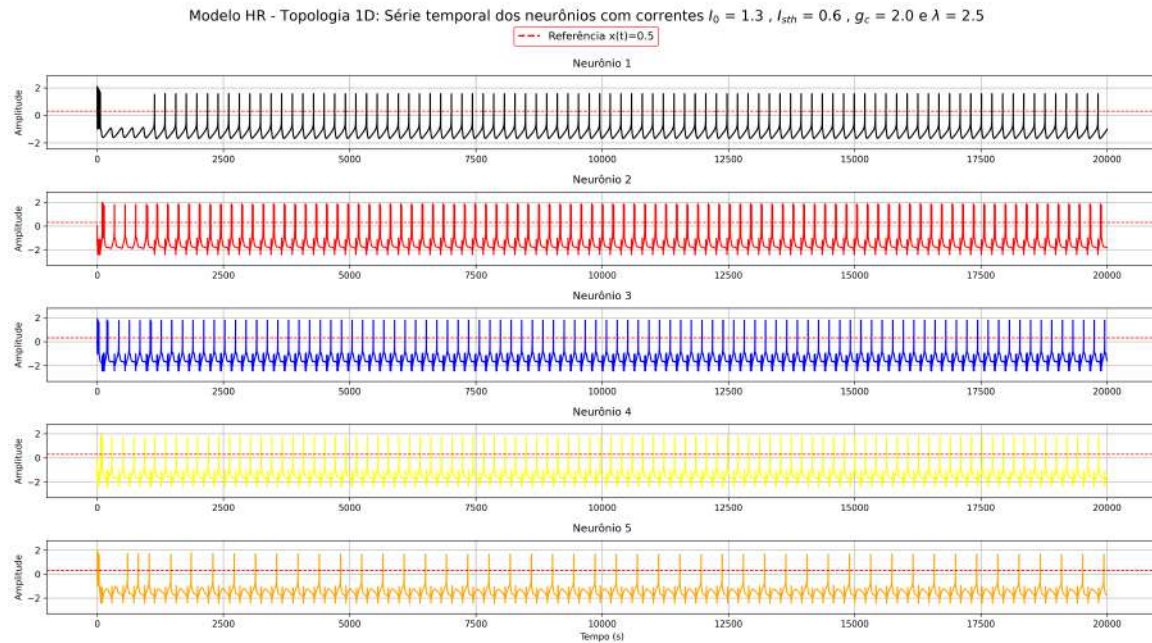
Figura 96 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 1,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 1,0$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

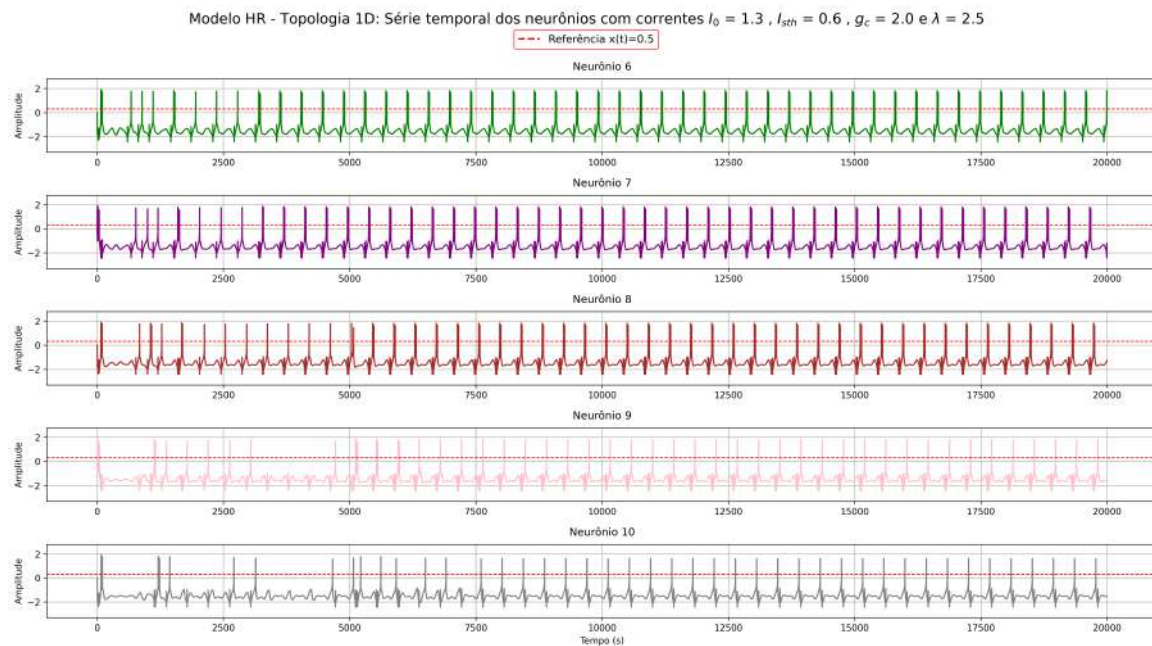
A.2.3 Propagação do sinal com fator de acoplamento químico ($g_c = 2.0$)

Figura 97 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,6$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



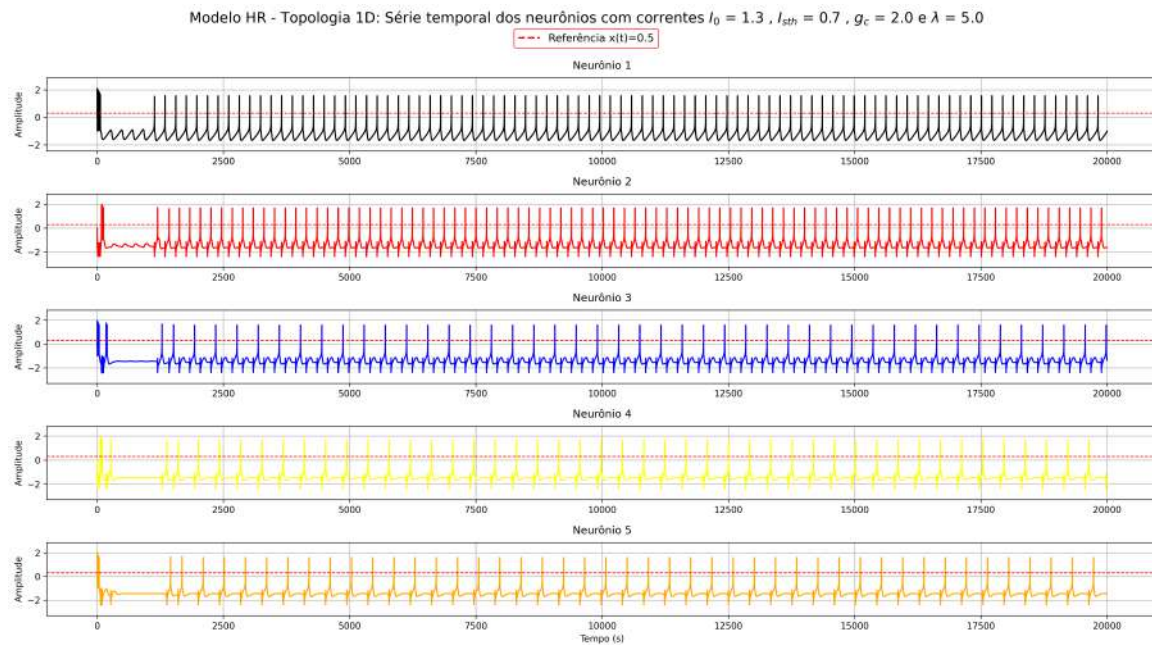
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 98 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,6$ e $\lambda = 2,5$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



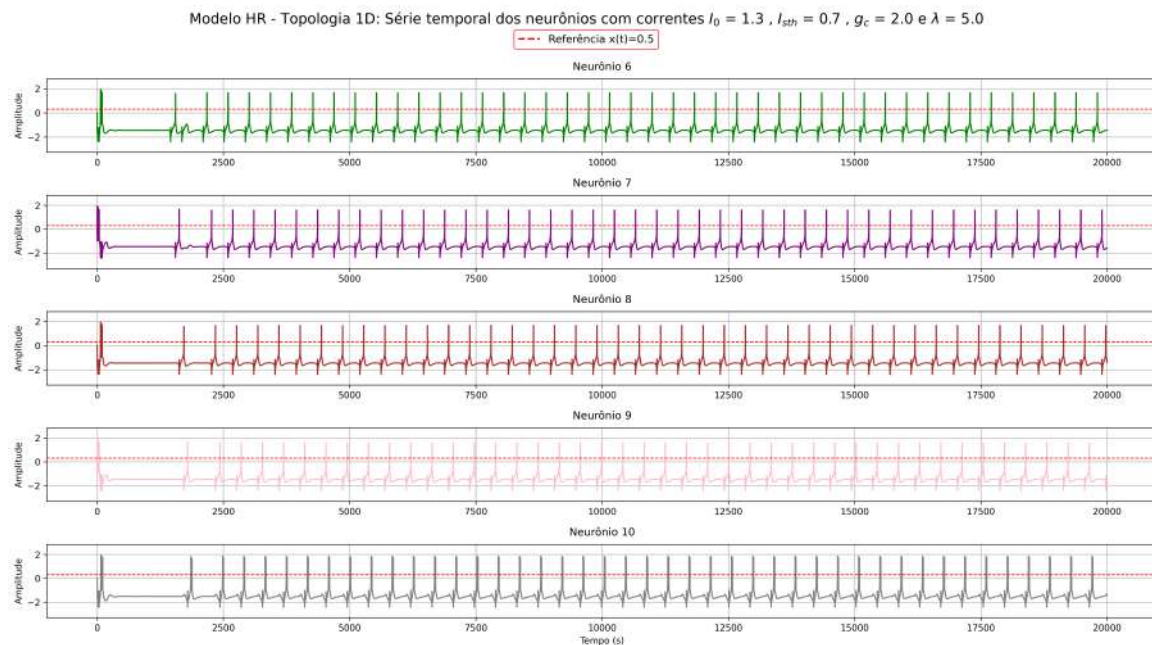
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 99 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



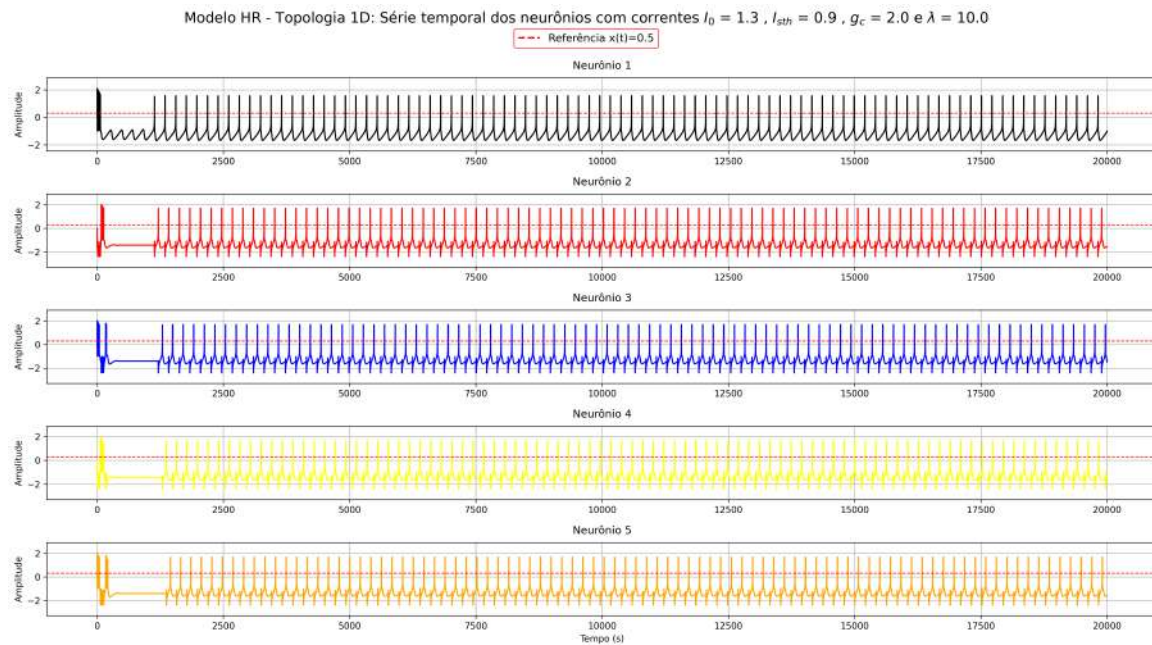
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 100 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,7$ e $\lambda = 5,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



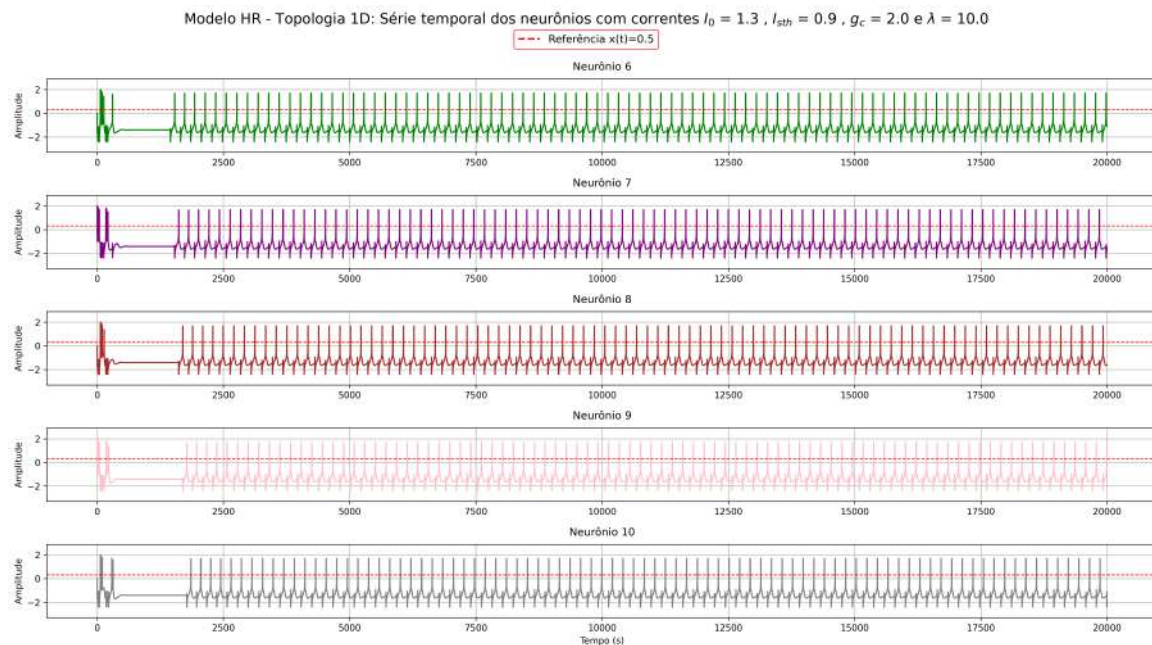
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 101 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 102 – Séries temporais da atividade dos neurônios para o fator de acoplamento químico $g_c = 2,0$, com corrente de entrada constante $I_0 = 1,31$, corrente limiar $I_{sth} = 0,9$ e $\lambda = 10,0$. Cada figura apresenta a resposta dos neurônios para um valor específico de g_c .



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A.3 TOPOLOGIA 2D EM REGIME DE AUTO-OSCILAÇÃO

Matematicamente, sistemas auto-oscilantes podem ser descritos por equações diferenciais não lineares. Um exemplo clássico é o oscilador de Van der Pol, cuja dinâmica é dada pela equação:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (47)$$

ou, em forma de sistema de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \mu(1 - x^2)y - x \end{cases} \quad (48)$$

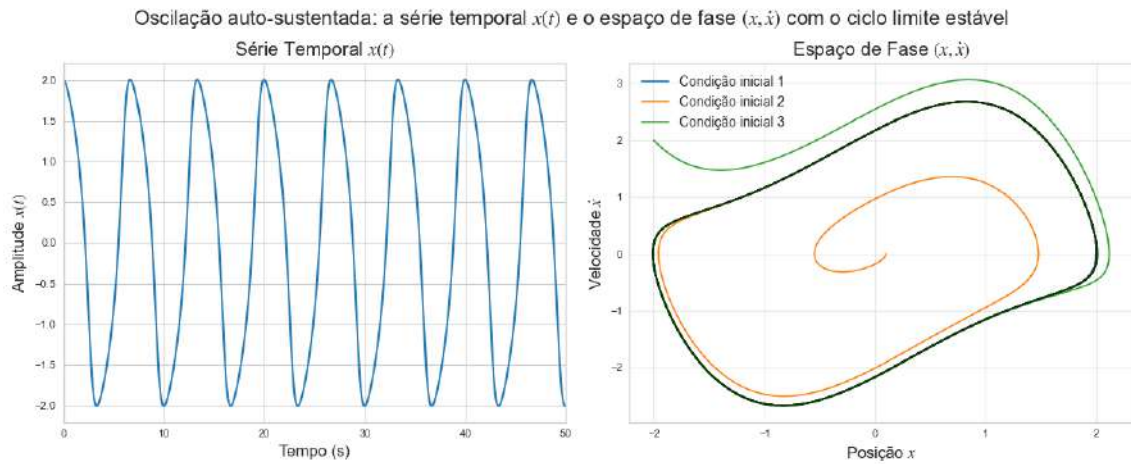
Com $\mu > 0$, o sistema exibe um ciclo limite estável. Esse comportamento decorre do amortecimento negativo para pequenas amplitudes e amortecimento positivo para grandes amplitudes, o que sustenta oscilações periódicas no tempo.

A Figura 103 ilustra esse fenômeno com dois gráficos: a série temporal $x(t)$, mostrando a oscilação auto-sustentada, e o espaço de fase $(x, \dot{x})$, evidenciando o ciclo limite estável. Para destacar a robustez desse comportamento, foram utilizadas três condições iniciais distintas:

- $x(0) = 2.0, \dot{x}(0) = 0.0,$
- $x(0) = 0.1, \dot{x}(0) = 0.0,$
- $x(0) = -2.0, \dot{x}(0) = 2.0.$

Apesar dessas variações iniciais — uma partindo com alta amplitude, outra próxima do equilíbrio e uma terceira com energia inicial significativa — todas as trajetórias convergem para o mesmo ciclo limite. Isso evidencia a atratividade e a estabilidade das oscilações auto-sustentadas no sistema de Van der Pol.

Figura 103 – Oscilação auto-sustentada: a série temporal $x(t)$ e o espaço de fase $(x, \dot{x})$ com o ciclo limite estável. As três trajetórias foram obtidas a partir de diferentes condições iniciais, todas convergindo para o mesmo ciclo limite.

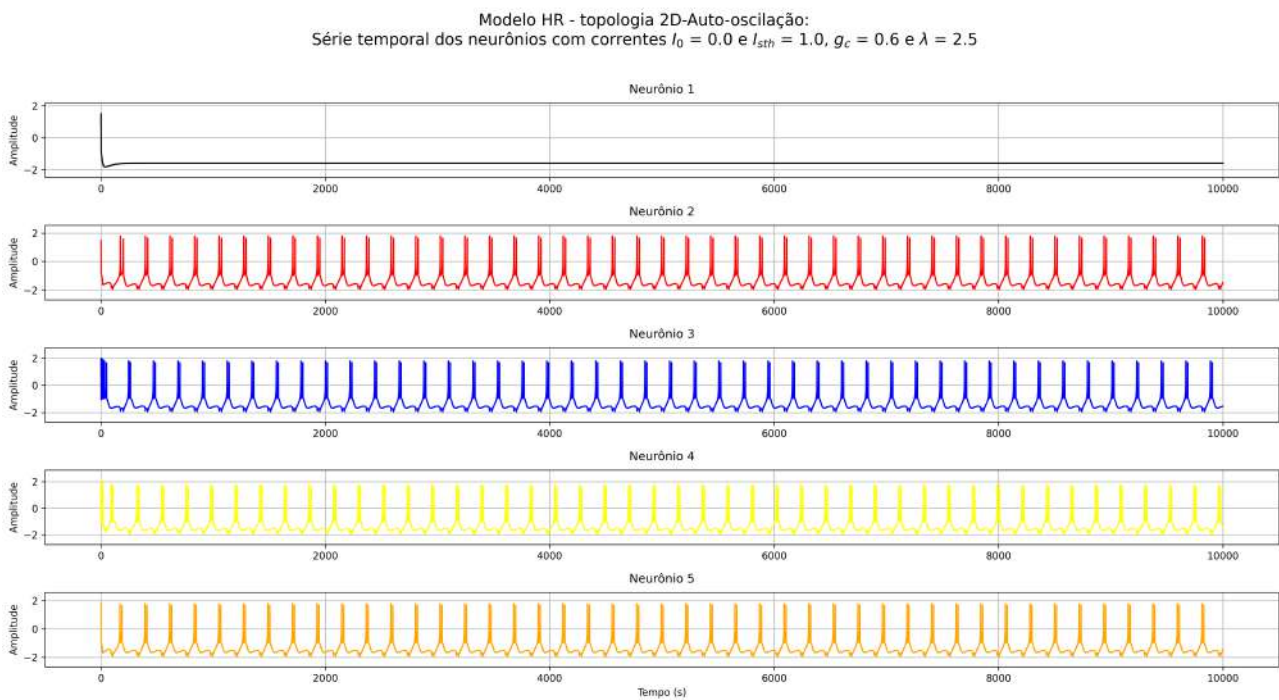


Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A.4 TOPOLOGIA 2D EM REGIME DE AUTO-OSCILAÇÃO

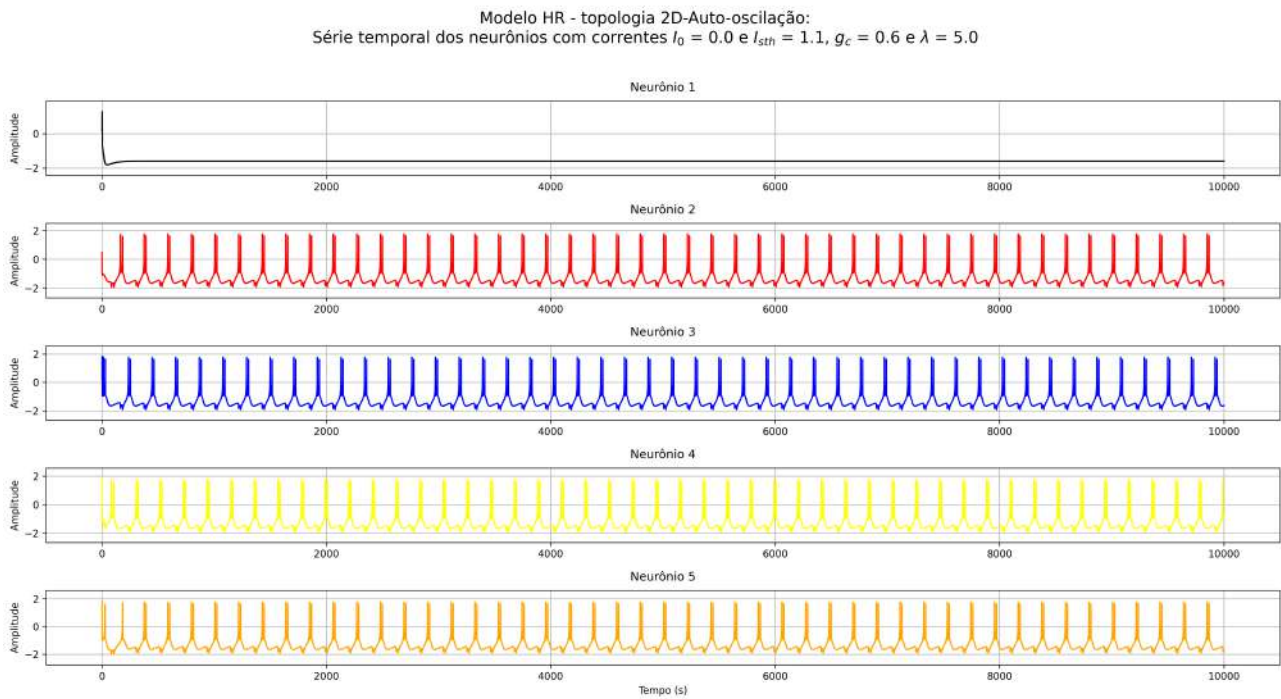
A.4.1 Acoplamento químico par $g_c = 0.6$ com corrente $I_0 = 0.0$ com diferentes valores de λ

Figura 104 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 2.5$



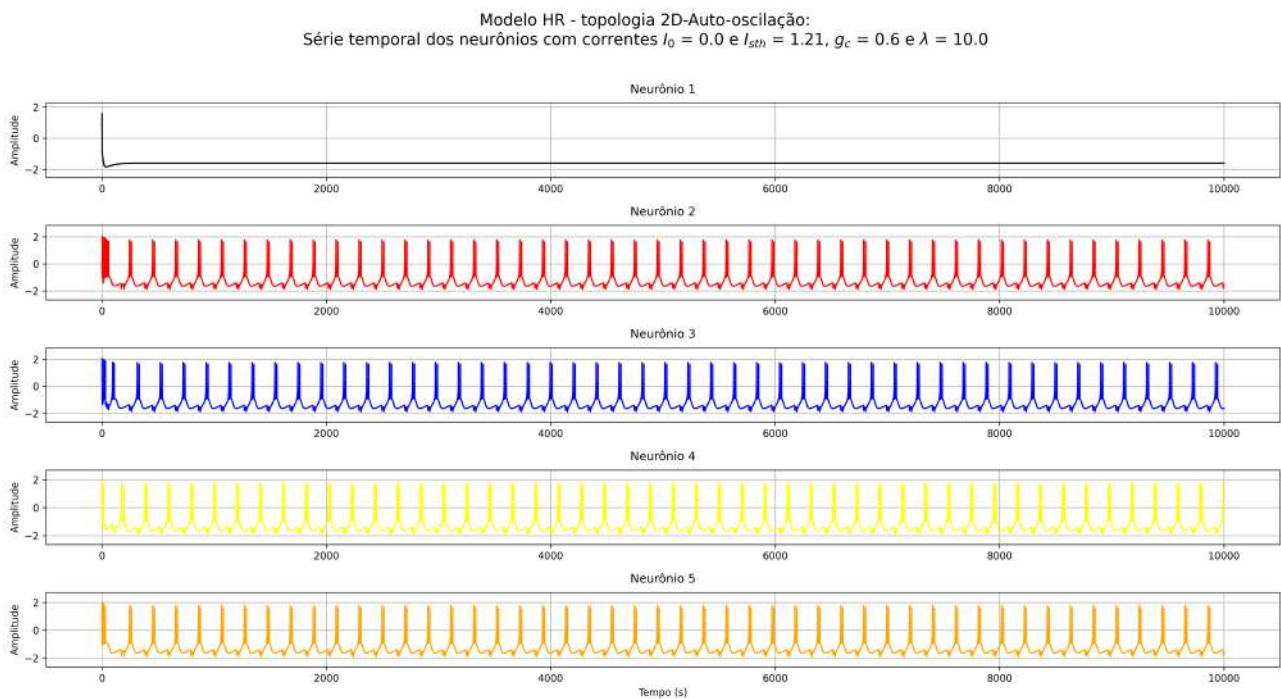
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 105 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 5.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 106 – Séries temporais dos neurônios exibindo auto-oscilação com acoplamento químico $g_c = 0.6$ e $\lambda = 10.0$



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

APÊNDICE B – MÉTODOS NUMÉRICOS

B.1 RUNGE-KUTTA DE 4ª ORDEM

Utilizamos o método numérico de Runge-Kutta de 4ª Ordem para resolver numericamente a equação (13) do modelo neural de Hindmarsh-Rose (HR). O método utiliza uma integração numérica para aproximar a saída das equações diferenciais, onde ele faz uso das saídas da função FS para calcular as estimativas k_1 , k_2 , k_3 e k_4 , de acordo com as seguintes aproximações:

B.1.1 Primeira Estimativa (k_1)

$$k_1 = \Delta t \cdot FS(r_0, t, p, I, K) \quad (49)$$

Nessa primeira aproximação, o cálculo da variação de r é realizado com base na função FS no estado inicial de r_0 e no instante t .

B.1.2 Segunda Estimativa (k_2)

$$k_2 = \Delta t \cdot FS\left(r_0 + \frac{k_1}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, p, I, K\right) \quad (50)$$

Na segunda aproximação, ajustamos a posição r_0 somando a metade de k_1 , enquanto o tempo é atualizado para $t + \frac{\Delta t}{2}$. Assim temos a segunda estimativa da variação.

B.1.3 Terceira Estimativa (k_3)

$$k_3 = \Delta t \cdot FS\left(r_0 + \frac{k_2}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, p, I, K\right) \quad (51)$$

Na terceira aproximação, usamos k_2 , que já foi calculado, para atualizar o estado e recalcular a variação, aumentando o tempo para $t + \frac{\Delta t}{2}$.

B.1.4 Quarta Estimativa (k_4)

$$k_4 = \Delta t \cdot FS(r_0 + k_3, t + \Delta t, p, I, K) \quad (52)$$

A quarta aproximação é feita utilizando k_3 , que já foi utilizado nas fases intermediárias, aumentando o tempo para $t + \Delta t$.

Depois de calcular as quatro aproximações, a saída do próximo instante é dada por uma média ponderada das aproximações:

$$r(t + \Delta t) = r_0 + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (53)$$

A fórmula pondera as estimativas intermediárias, atribuindo maior peso às estimativas k_2 e k_3 , para obter uma maior precisão na saída.

B.2 TRANSFORMADA DE FOURIER

A transformada de Fourier (FFT) é utilizada para transformar um sinal no domínio do tempo $x(t)$ para o domínio da frequência $X(f)$. A transformada discreta de Fourier (DFT), que é calculada pela FFT, é dada pela equação:

$$X(f_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-2\pi i \cdot f_k \cdot n/N} \quad (54)$$

Onde:

- $X(f_k)$ é o valor do componente de frequência f_k ;
- N é o número de amostras no sinal $x(t)$.

Utilizamos essa transformada para detectar a frequência de oscilação dominante do nosso sistema dinâmico com um neurônio, e fazer a comparação das características do sinal com e sem ruído (β).

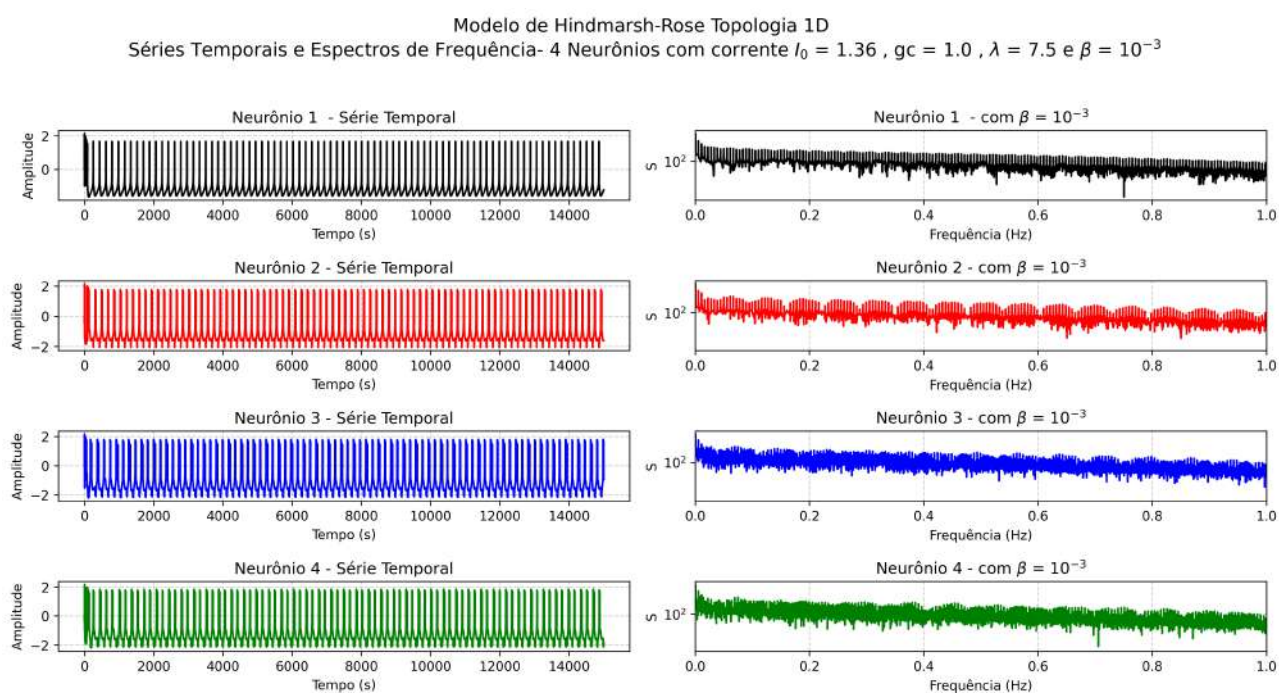
APÊNDICE C – PROPAGAÇÃO DE IMPULSOS EM REDES NEURAIS SUB-LIMIAR COM ADIÇÃO DE RUÍDO

C.1 ACOPLAMENTO QUÍMICO COM SINAL EXTERNO E DIFERENTES VALORES DE λ

C.1.0.0.1 *Análise da propagação para $\lambda = 7.5$*

Propagação para $\beta = 10^{-3}$

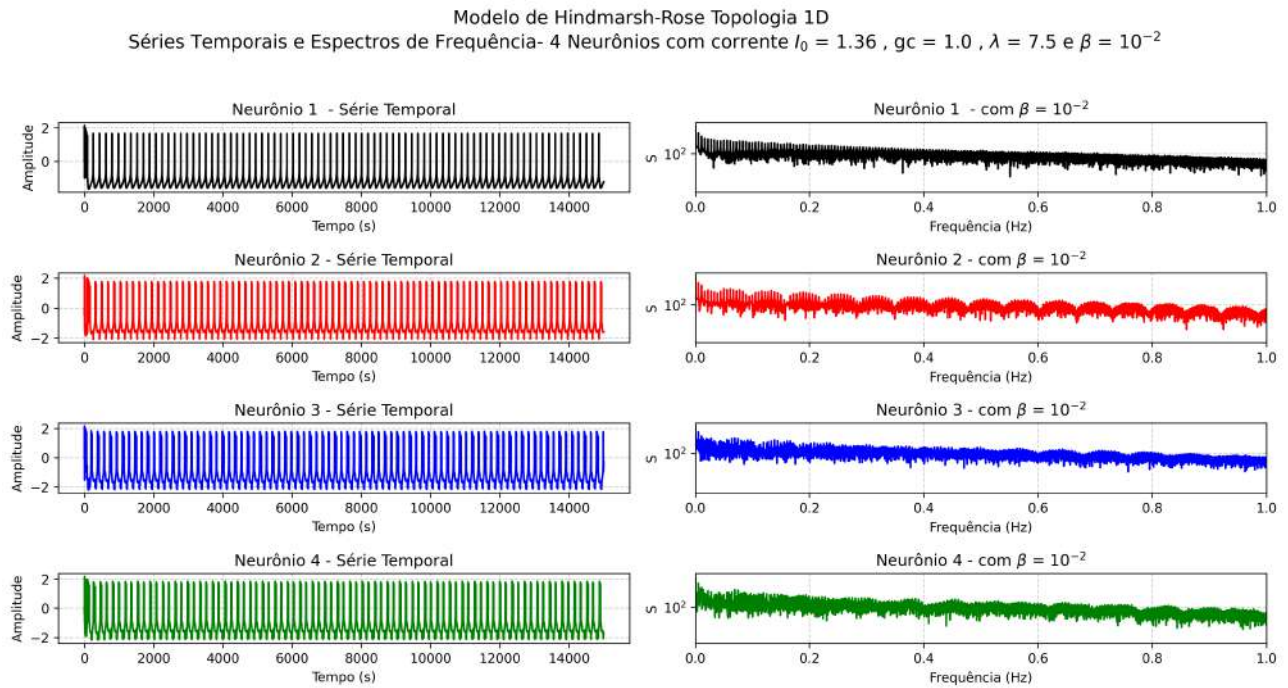
Figura 107 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$

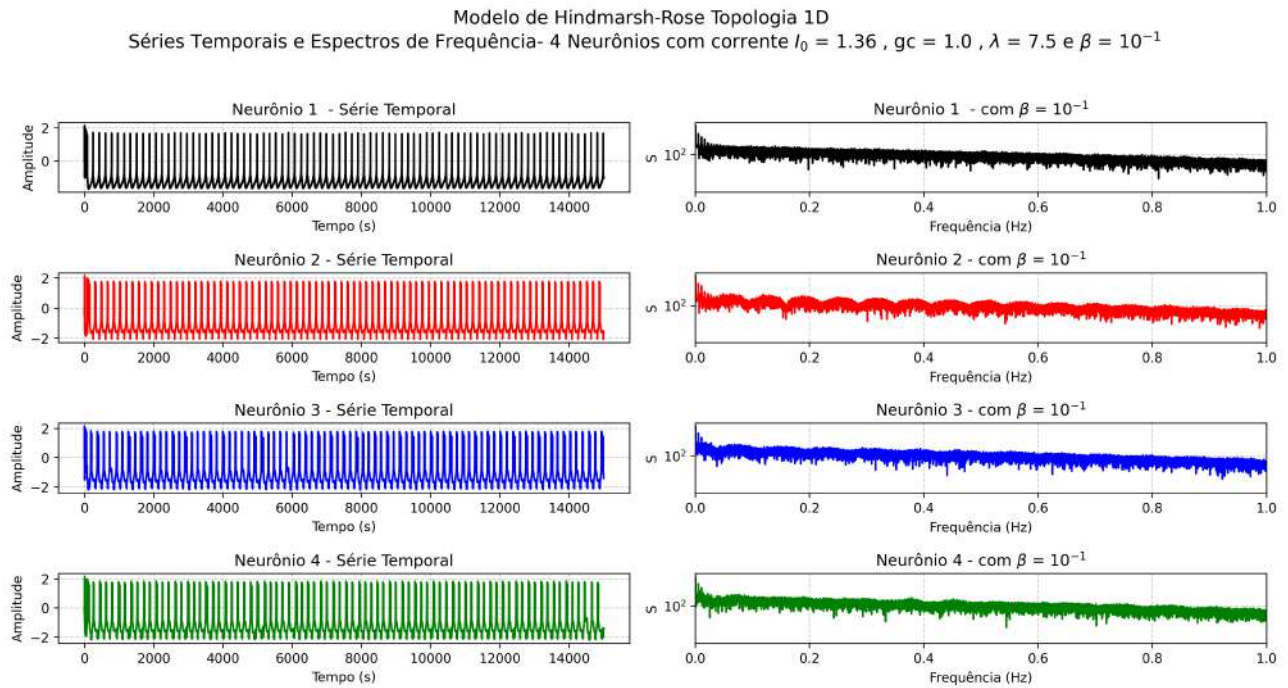
Figura 108 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-1}$

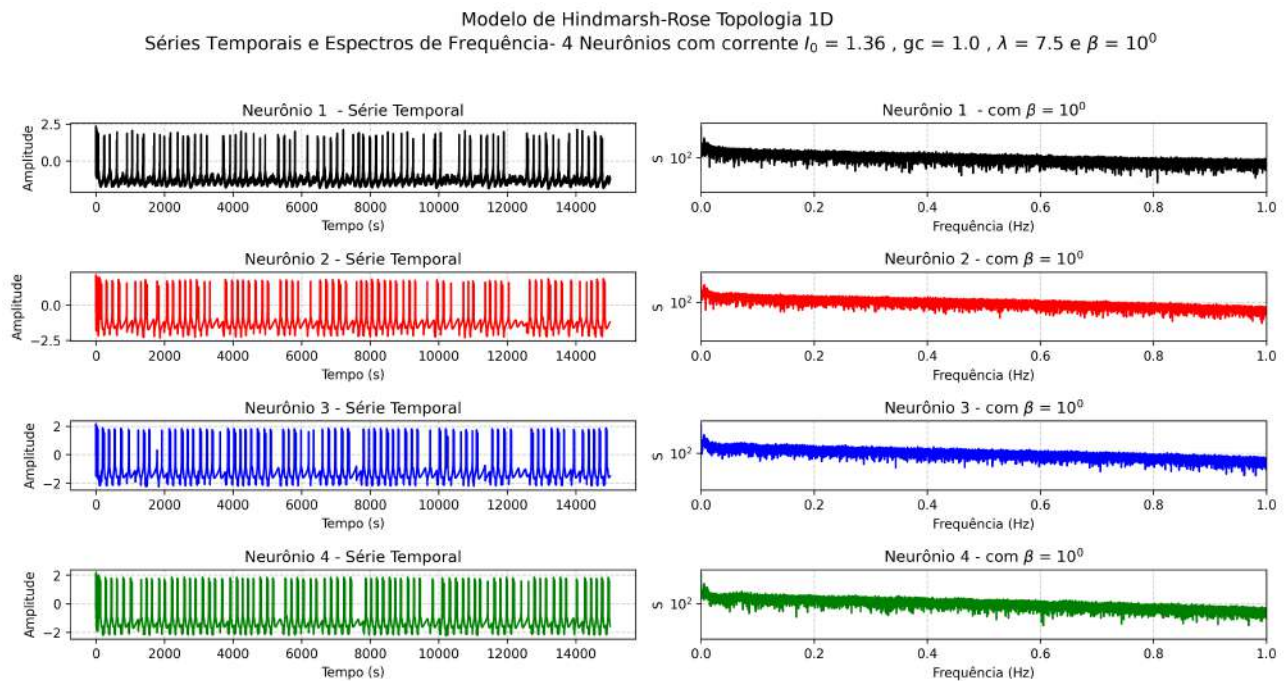
Figura 109 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^0$

Figura 110 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$

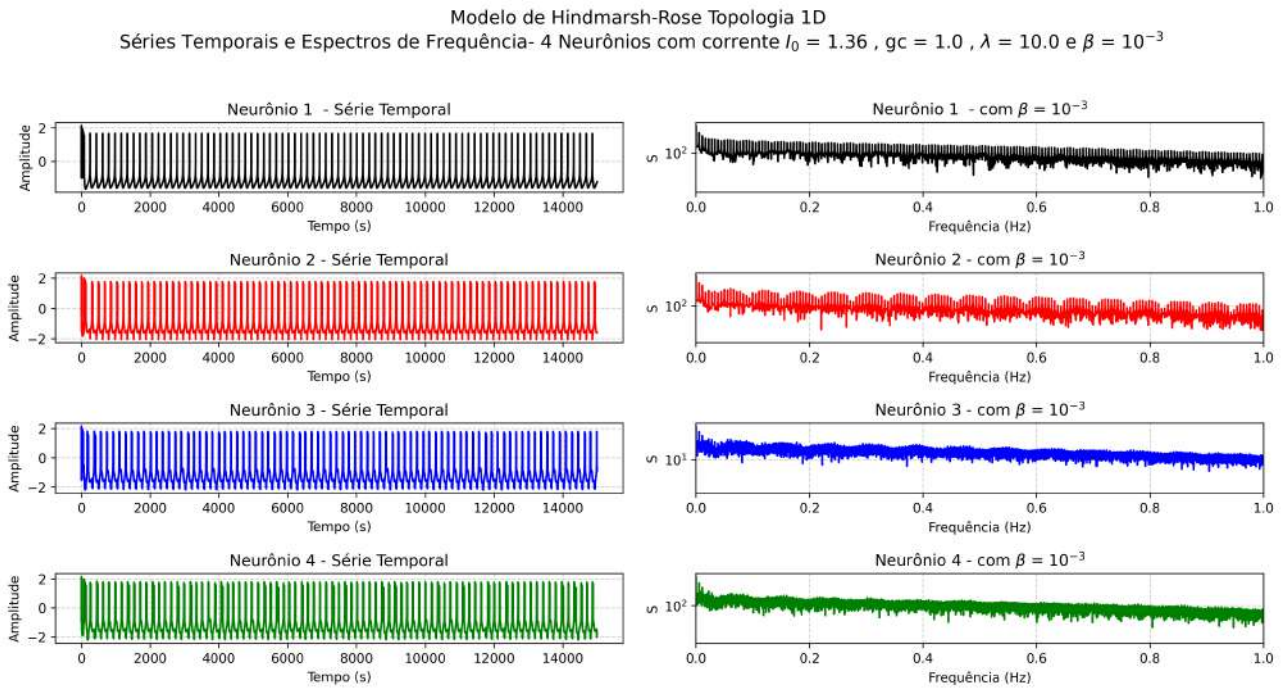


Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

C.1.0.0.2 Análise da propagação em função de $\lambda = 10.0$

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-3}$

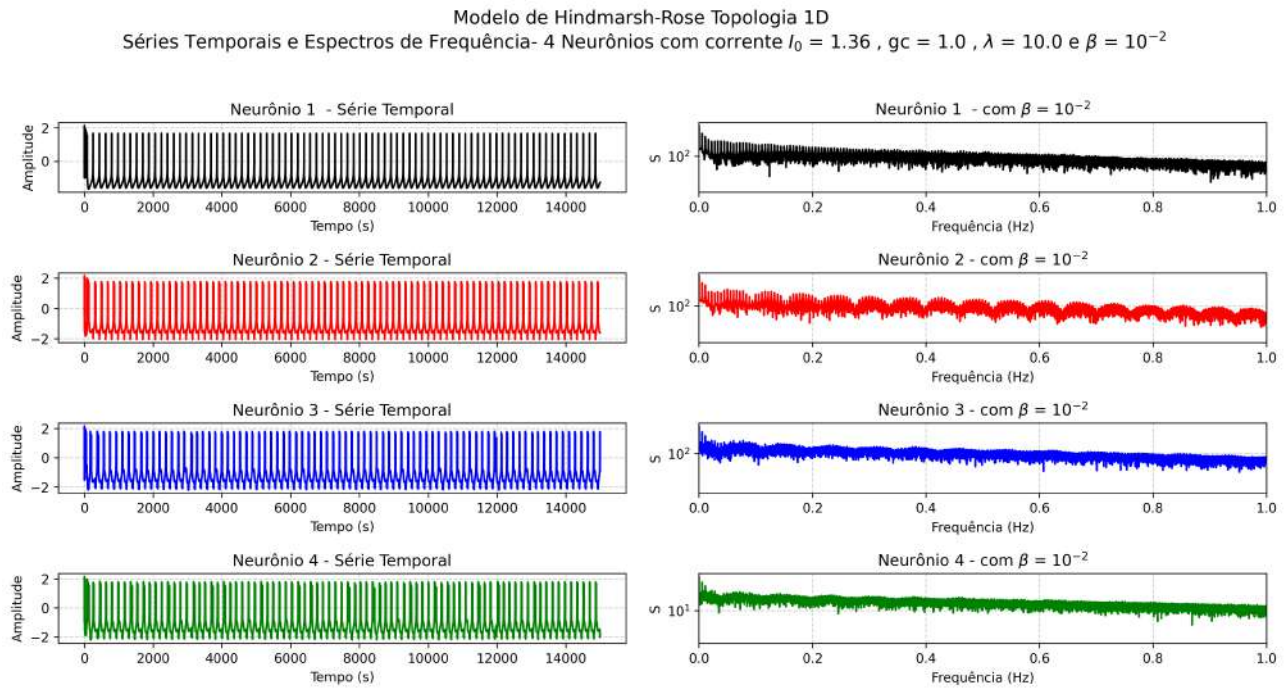
Figura 111 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$

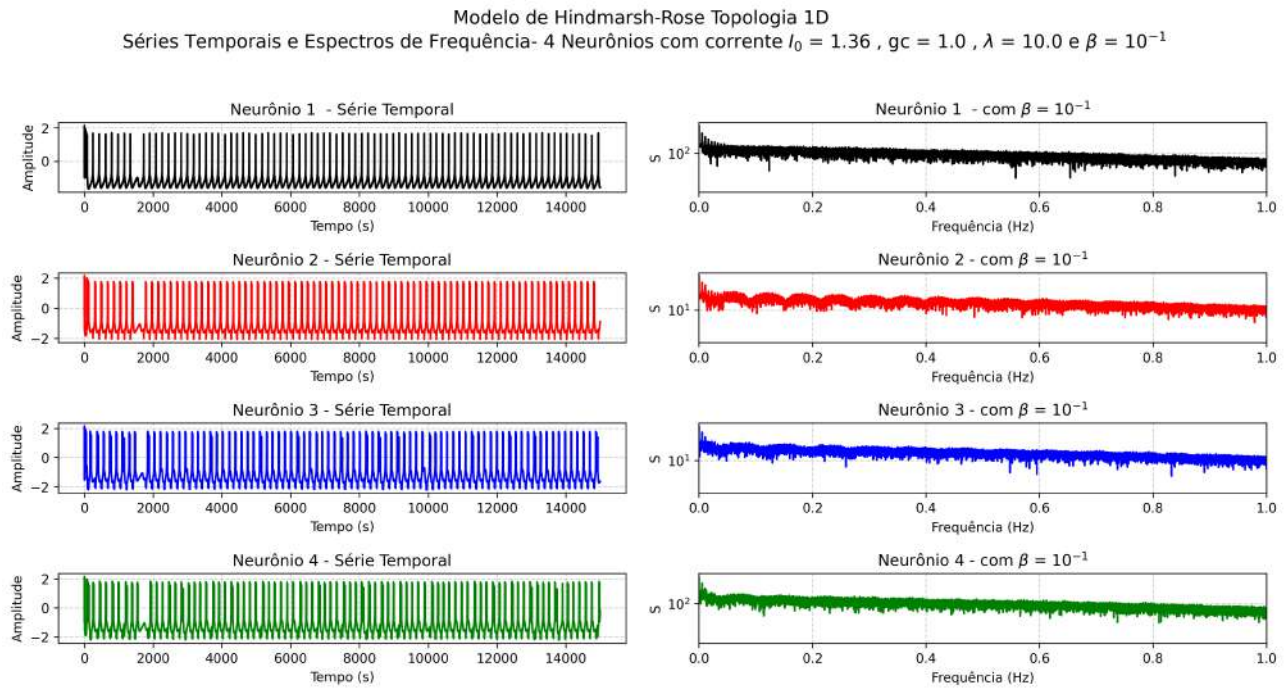
Figura 112 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-1}$

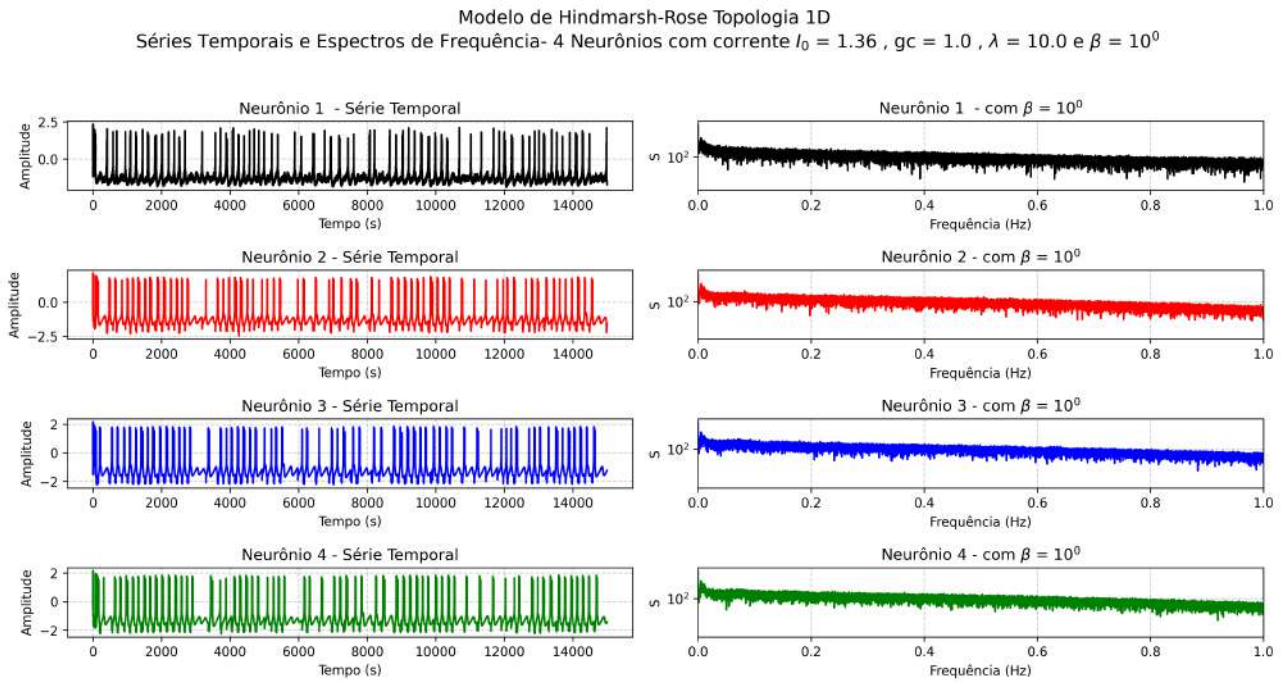
Figura 113 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^0$

Figura 114 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$



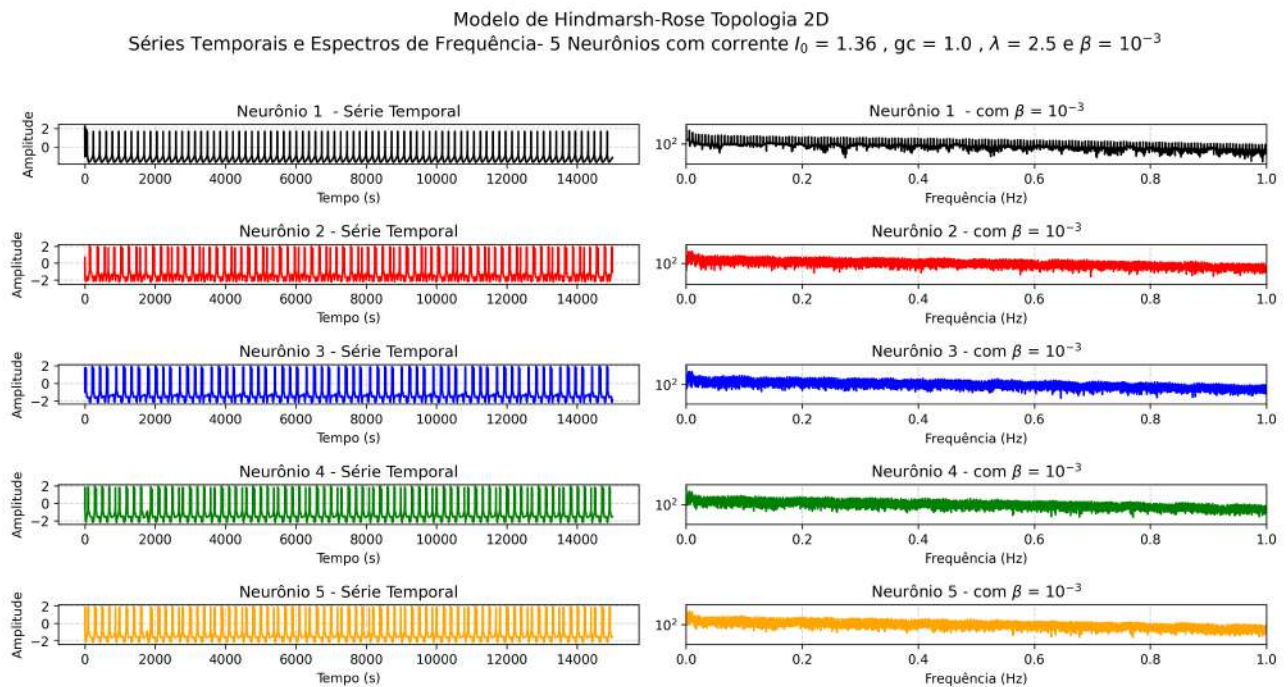
Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

C.1.1 Topologia Bidimensional com acoplamento Químico com excitação externa com ruído

C.1.2 Análise da propagação em função de $\lambda = 2.5$

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-3}$

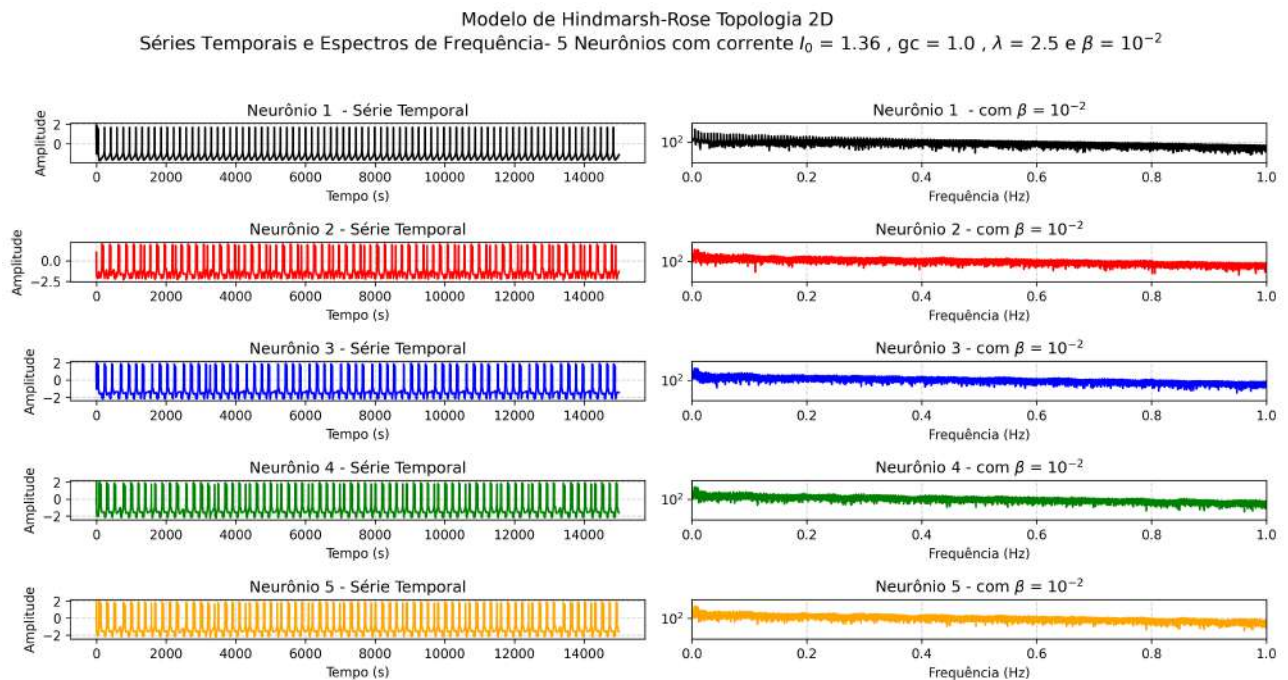
Figura 115 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$

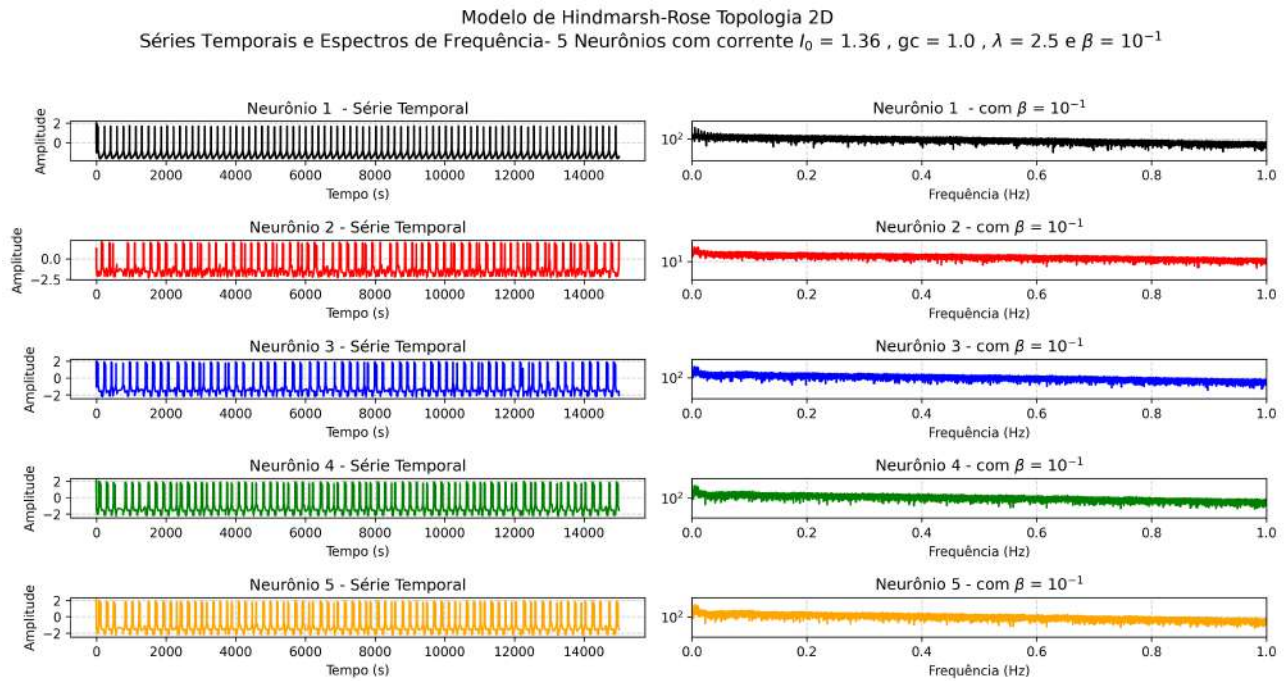
Figura 116 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-1}$

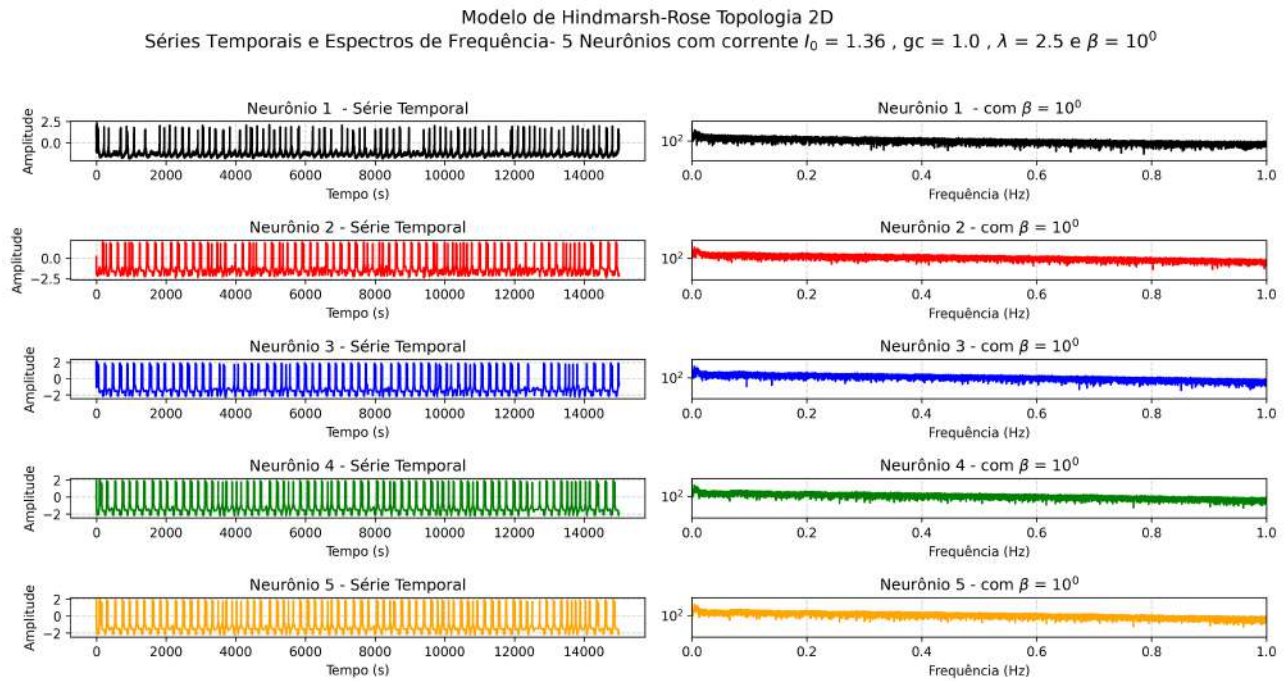
Figura 117 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^0$

Figura 118 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$

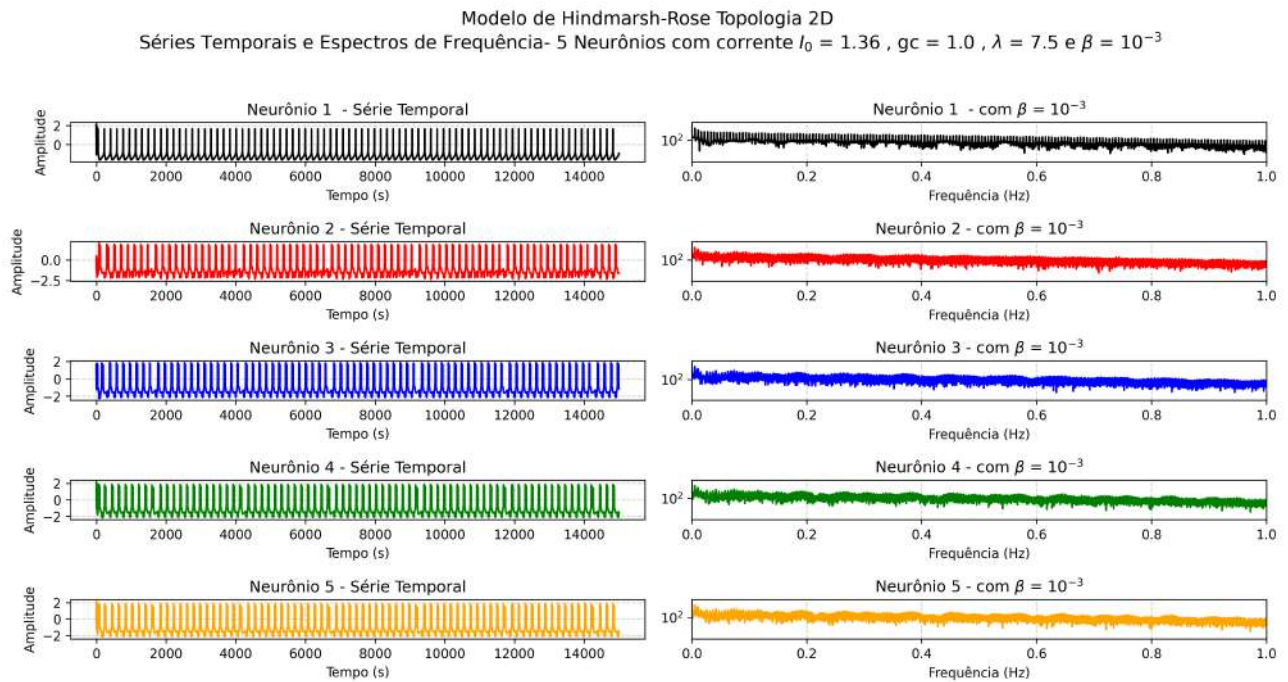


Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

C.1.3 Análise da propagação em função de $\lambda = 7.5$

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-3}$

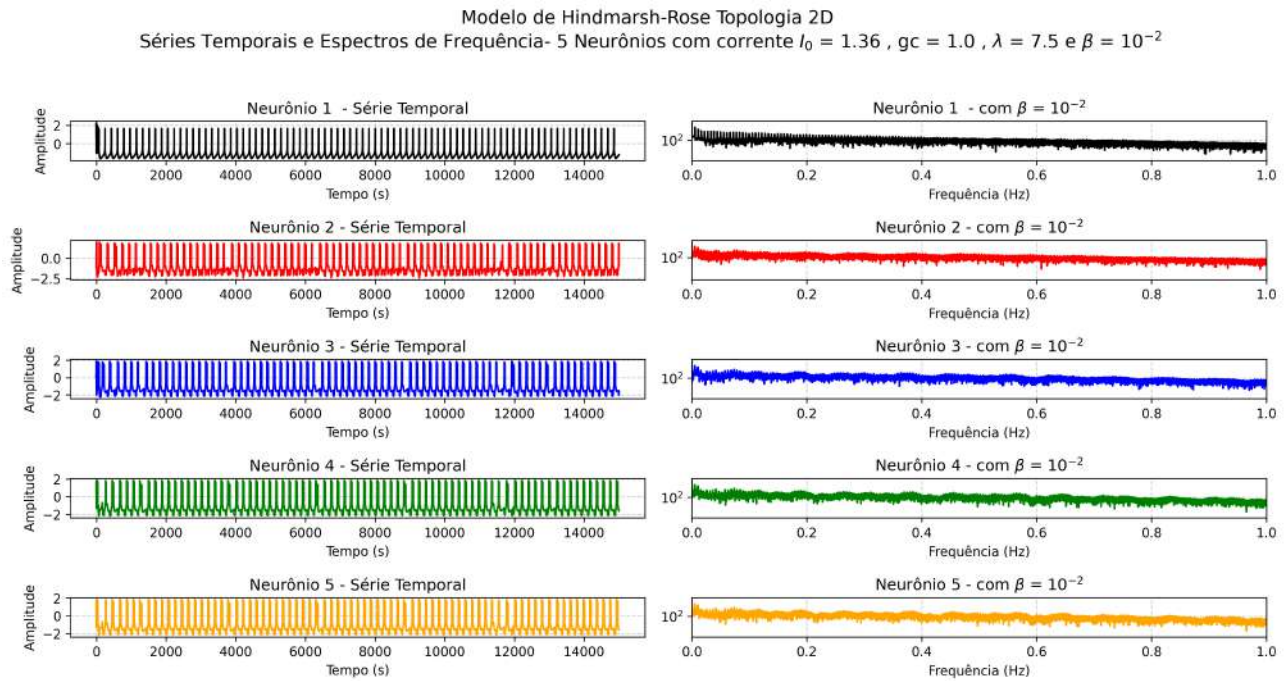
Figura 119 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$

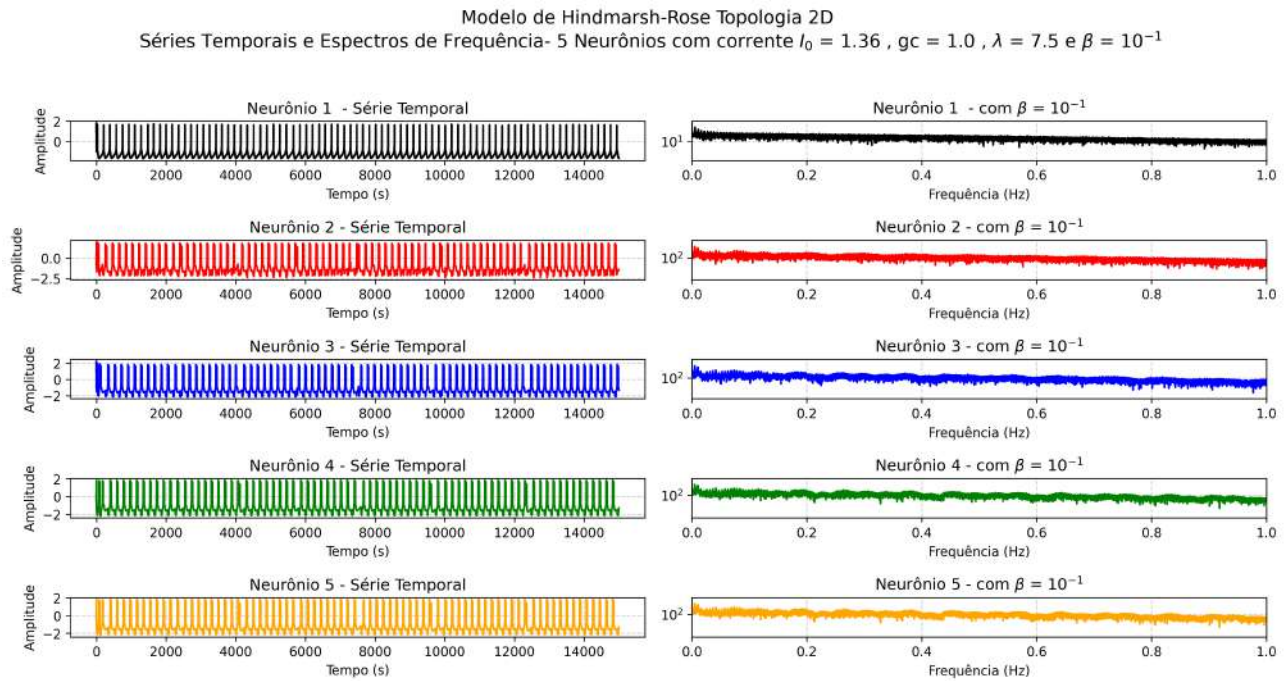
Figura 120 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-1}$

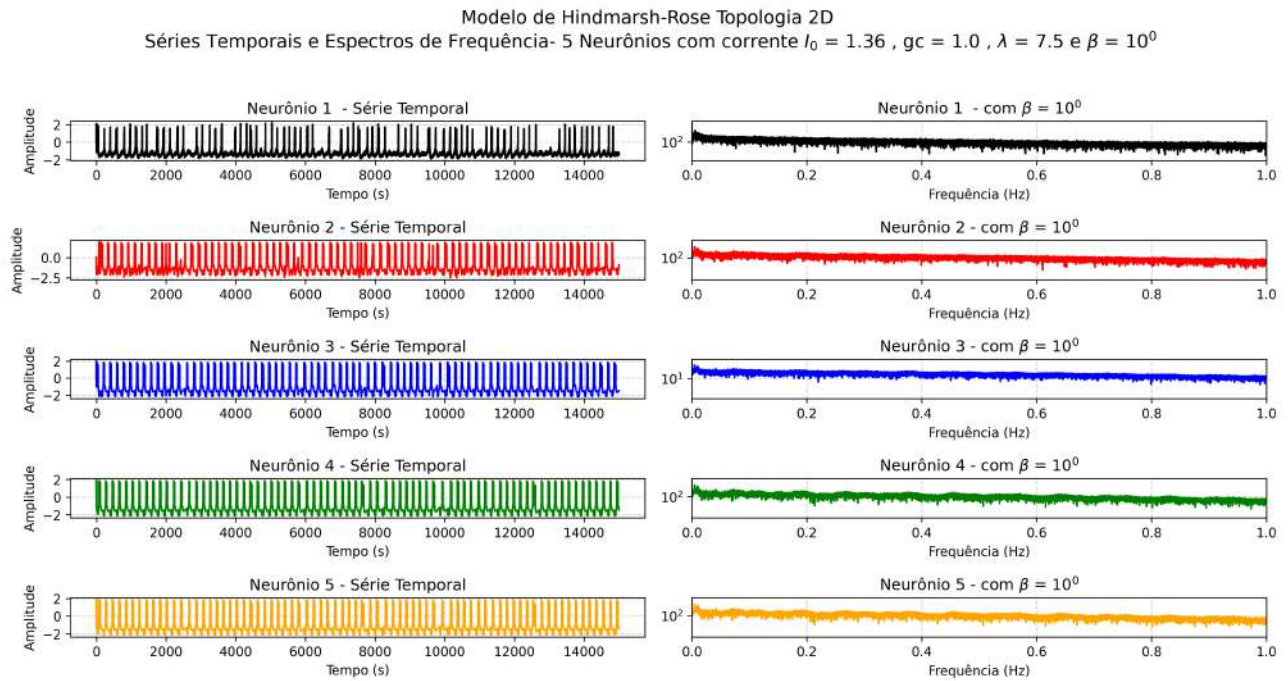
Figura 121 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^0$

Figura 122 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$

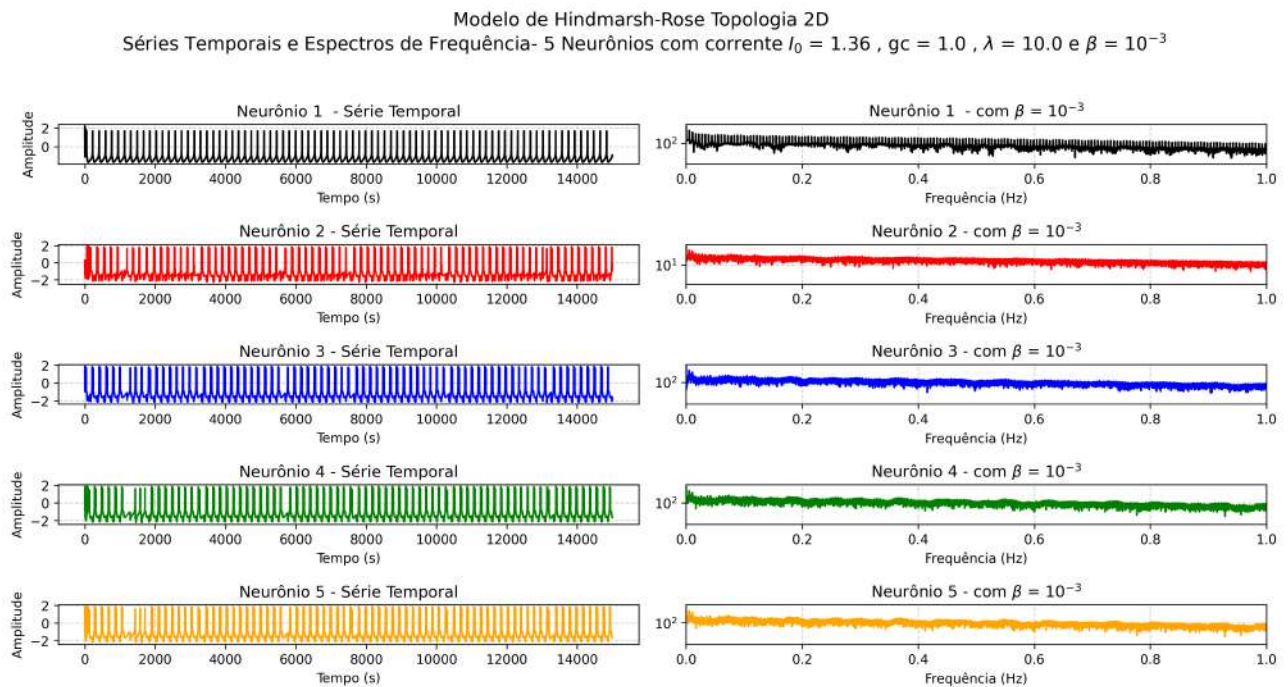


Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

C.1.4 Análise da propagação em função de $\lambda = 10.0$

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-3}$

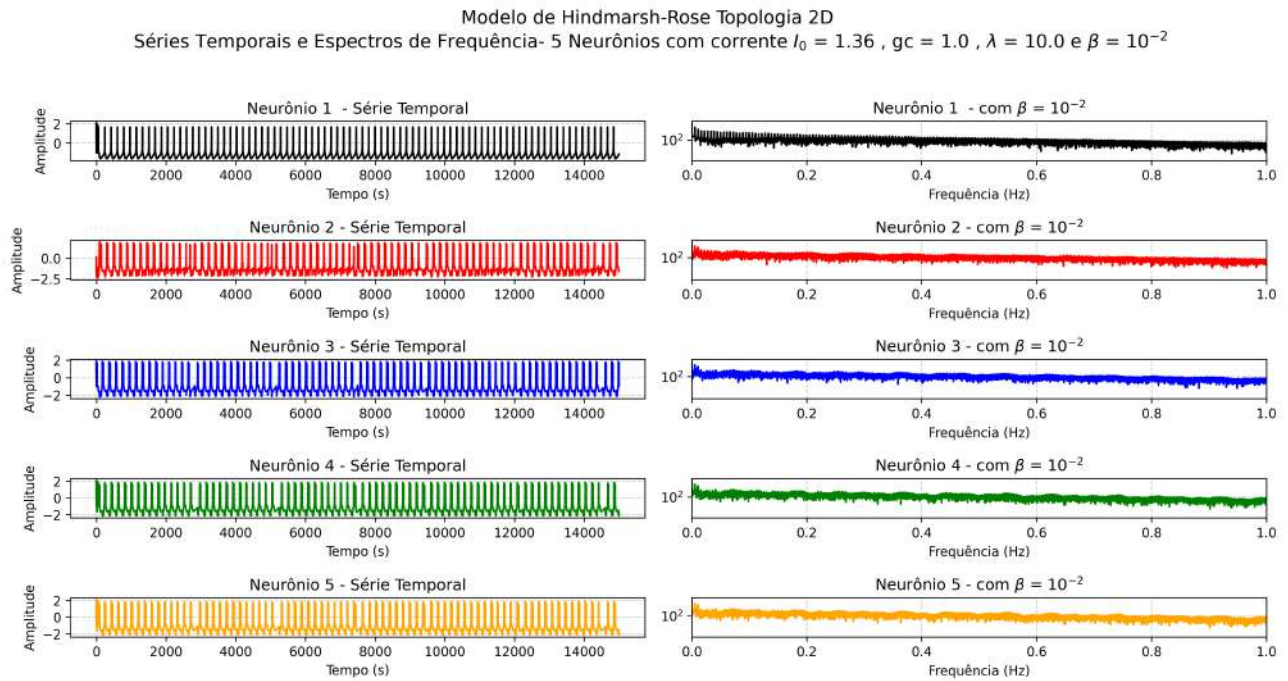
Figura 123 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-3}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-2}$

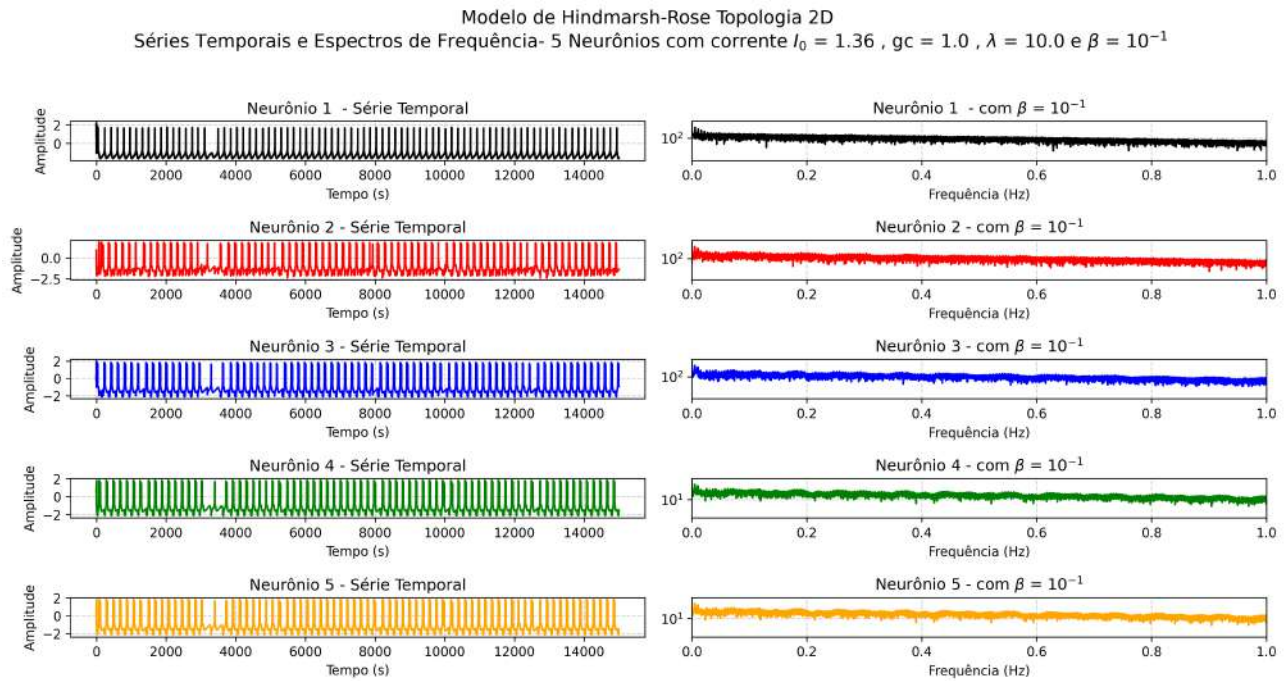
Figura 124 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-2}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^{-1}$

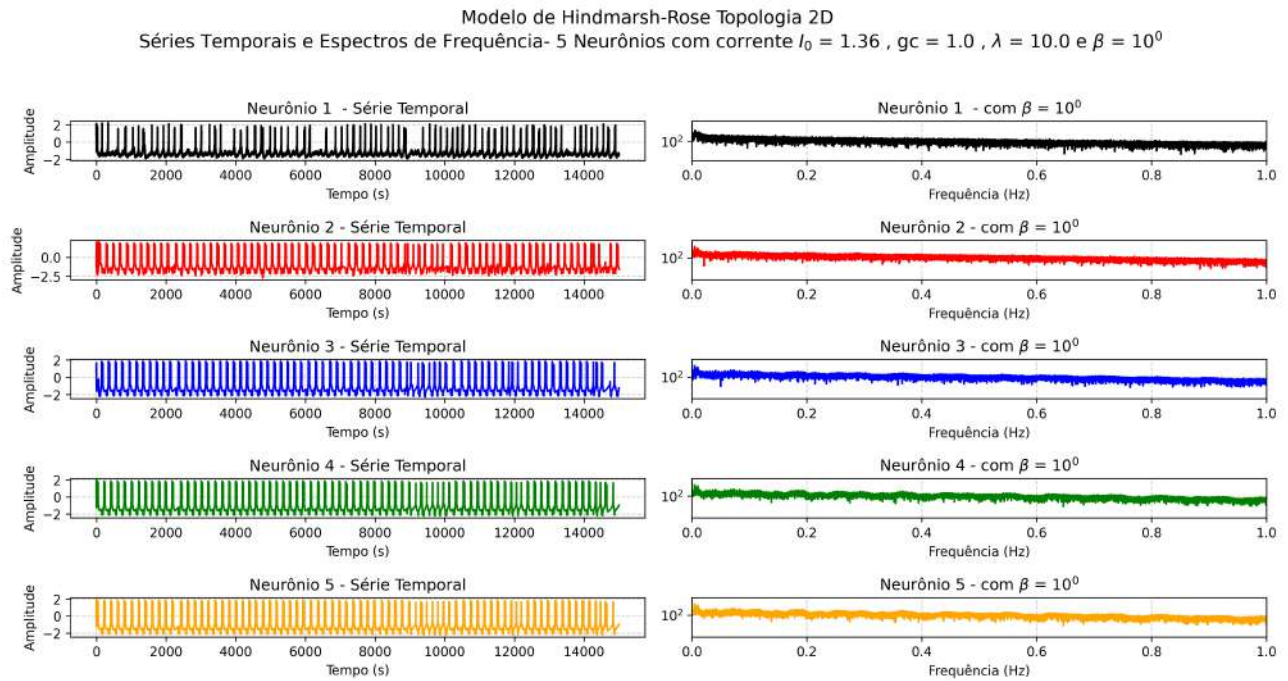
Figura 125 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^{-1}$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

Propagação para $\beta = 1.00 \times 10^0$

Figura 126 – Modelo de Hindmarsh-Rose com topologia unidimensional. Séries temporais e espectros de frequência dos quatro neurônios com $\beta = 1,00 \times 10^0$ e $g_c = 1.0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2025

APÊNDICE D – CÓDIGOS PYTHON

ANÁLISE DA CORRENTE DE DISPARO EM FUNÇÃO DO PARÂMETRO r NO MODELO NEURAL HINDMARSH-ROSE

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""

@author: DELL
"""

import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

output_folder = 'Imagens'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

# Função de sistema de equações diferenciais para um único neurônio sem acoplamento
def FS(r, t, p, I):
    a, b, c, d, rr, S, x0 = p
    x, y, z = r

    dx = y - a*x**3 + b*x**2 + I - z
    dy = c - d*x**2 - y
    dz = -rr*z + rr*S*(x - x0)

    return np.array([dx, dy, dz])

# Intervalo de integração
N = 200000
dt = 0.01
t = np.arange(0, N*dt, dt)

# Condições iniciais para um único neurônio
r0 = np.random.uniform(0.0, 1.0, 3)

# Parâmetros do neurônio
a, b, c, d = [1.0, 3.0, 1.0, 5.0]
rr, S, x0 = [0.008, 4.0, -1.6]
p = [a, b, c, d, rr, S, x0]

# Corrente de entrada constante para o neurônio
I0 = 1.340

# Lista para armazenar as soluções ao longo do tempo
x = []

# Integração numérica do sistema de equações diferenciais para um neurônio sem acoplamento
for i in range(len(t)):
    x.append(r0)

    I = I0 # Corrente de entrada constante, sem ruído

    k1 = dt * FS(r0, t[i], p, I)
    k2 = dt * FS(r0 + k1 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I)
    k3 = dt * FS(r0 + k2 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I)
    k4 = dt * FS(r0 + k3, t[i] + dt, p, I)

    r = r0 + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6.0
    r0 = r

x = np.array(x)
x1 = x[:, 0]
```

```

# Plot da série temporal do neurônio 1 sem acoplamento
plt.figure(1)
plt.plot(t, x1, 'r')
#plt.xlim([250, 900])
plt.title(f'Série Temporal do Neurônio 1 com  $r=\{rr\}$  e  $I=\{I0\}$  mA')
plt.xlabel('Tempo (ms)')
plt.ylabel('x1')
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Série Temporal do Neurônio 1 com  $r=\{rr\}$  e  $I=\{I0\}$  mA.pr
plt.show()

```

Representação do Espaço das Variáveis do Modelo

```

# -*- coding: utf-8 -*-
"""

@author: dell
"""

import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Criar a pasta para guardar as imagens se não existir
output_folder = 'output_imagens_teste_base'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

def FS(r0, t, p, I, ge, gc, K):
    # Definir la función F que calcula las derivadas de un neurônio
    def F(r, t, p, I):
        a, b, c, d, rr, S, x0 = p
        x, y, z = r

        # Calcular las derivadas del neurônio
        dx = y - a * x**3 + b * x**2 + I - z
        dy = c - d * x**2 - y
        dz = -rr * z + rr * S * (x - x0)

        return np.array([dx, dy, dz])

    # Extraer los estados de los dos neurônios
    r1 = r0[0:3]

    # Extraer las corrientes de los dos neurônios
    I1 = I

    # Calcular las derivadas del primer neurônio
    dr1 = F(r1, t, p, I1)

    # Devolver el vector de derivadas de los dos neurônios
    return dr1

# Intervalo de integração
N = 10000
dt = 0.1
t = np.arange(0, N, dt)

# Condições iniciais
Nn = 1
r0 = 0.0 * np.random.uniform(0.0, 1.0, Nn*3)

a, b, c, d = [1.0, 3.0, 1.0, 5.0]
rr, S, x0 = [0.005, 4.0, -1.6]

I0 = 3.36# Corrente constante

p = [a, b, c, d, rr, S, x0]
K = np.diag([1, 0, 0]) # Matriz de acoplamento para o Neurônio 1

ge = 0.0 # acoplamento elétrico
gc = 0.0 # acoplamento químico

```

```

beta=0.0
# Inicializando M como um array NumPy
M = np.zeros((len(t), 3)) # 3 colunas para x, y, z

for i in range(len(t)):
    M[i] = r0 # Armazenar o estado atual

    I1_ruido = I0 + beta * np.random.normal(0.0, 1.0)
    I = I1_ruido

    k1 = dt * FS(r0, t[i], p, I, ge, gc, K)
    k2 = dt * FS(r0 + k1 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
    k3 = dt * FS(r0 + k2 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
    k4 = dt * FS(r0 + k3, t[i] + dt, p, I, ge, gc, K)

    r = r0 + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6.0
    r0 = r

# Extraíndo as variáveis
x = M[:, 0] # Potencial de membrana
y = M[:, 1] # Variável de recuperação
z = M[:, 2] # Inibição

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(3, 1, 1)
plt.plot(t, x, color='black')
plt.title(f'Potencial de Membrana com I = {I0}')
plt.xlim([5000, 7000])
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('x')
plt.grid(True)

plt.subplot(3, 1, 2)
plt.plot(t, y, color='blue')
plt.xlim([5000, 7000])
# plt.ylim([-6, 2])
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('y')
plt.title(f'Variável de Membrana com I = {I0}')
plt.grid(True)

plt.subplot(3, 1, 3)
plt.plot(t, z, color='red')
plt.xlim([5000, 7000])
# plt.ylim([-6, 2])
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('z')
plt.title(f'Inibição com I = {I0}')
plt.grid(True)

plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Series_temporais com I={I0}.png'))
plt.show()

# Extraíndo as variáveis
x = M[20000:, 0] # Potencial de membrana
y = M[20000:, 1] # Variável de recuperação

```

```

z = M[20000:, 2] # Inibição

# Criando os gráficos dos planos de fase
plt.figure(figsize=(12, 10))

# Gráfico do plano XY
plt.subplot(221)
plt.plot(x, y, label=f'I = {I}', color='blue')
plt.title('Plano XY')
plt.xlabel('x (Potencial de Membrana)')
plt.ylabel('y (Variável de Membrana)')
plt.legend()

# Gráfico do plano XZ
plt.subplot(222)
plt.plot(x, z, label=f'I = {I}', color='green')
plt.title('Plano XZ')
plt.xlabel('x (Potencial de Membrana)')
plt.ylabel('z (Inibição)')
plt.legend()

# Gráfico do plano YZ
plt.subplot(223)
plt.plot(y, z, label=f'I = {I}', color='red')
plt.title('Plano YZ')
plt.xlabel('y (Variável de Membrana)')
plt.ylabel('z (Inibição)')
plt.legend()

# Gráfico 3D
ax = plt.subplot(224, projection='3d')
ax.plot(x, y, z, label=f'I = {I}', color='purple')
ax.set_title('Gráfico 3D')
ax.set_xlabel('x (Potencial de Membrana)')
ax.set_ylabel('y (Variável de Membrana)')
ax.set_zlabel('z (Inibição)')
plt.legend()

plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Espaços de fase com I={I0}.png'))
plt.show()

```

Propagación en Rede Unidimensional con Acoplamientos Químico e Eléctrico: 10 Neurónios

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""

@author: DELL
"""

import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Crear la pasta para guardar las imagenes se no existir
output_folder = 'output_images_com_acoplamiento_com_ruido_5_neuronios_SNR_relatorio23'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

# Archivo para guardar los resultados en formato txt
output_file = os.path.join(output_folder, 'resultados_snr_periodos_5N_snr.txt')

def FS(r0, t, p, I, ge, gc, K):
    # Definir la función F que calcula las derivadas de un neurônio
    def F(r, t, p, I):
        a, b, c, d, rr, S, x0 = p
        x, y, z = r

        # Calcular las derivadas del neurônio
        dx = y - a * x**3 + b * x**2 + I - z
        dy = c - d * x**2 - y
        dz = -rr * z + rr * S * (x - x0)

        return np.array([dx, dy, dz])

    # Extraer los estados de los dos neurônios
    r1 = r0[0:3]
    r2 = r0[3:6]
    r3 = r0[6:9]
    r4 = r0[9:12]
    r5 = r0[12:15]
    r6 = r0[15:18]
    r7 = r0[18:21]
    r8 = r0[21:24]
    r9 = r0[24:27]
    r10 = r0[27:30]

    # Extraer las corrientes de los dos neurônios
    I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8, I9, I10 = I

    # Calcular las derivadas del primer neurônio
    dr1 = F(r1, t, p, I1)

    # Calcular las derivadas del segundo neurônio, incluyendo el acoplamiento
    dr1 = F(r1, t, p, I1)
    dr2 = F(r2, t, p, I2) + ge * np.dot(K, r1 - r2) + gc * np.dot(K, ((r2 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr3 = F(r3, t, p, I3) + ge * np.dot(K, r2 - r3) + gc * np.dot(K, ((r3 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr4 = F(r4, t, p, I4) + ge * np.dot(K, r3 - r4) + gc * np.dot(K, ((r4 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr5 = F(r5, t, p, I5) + ge * np.dot(K, r4 - r5) + gc * np.dot(K, ((r5 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr6 = F(r6, t, p, I6) + ge * np.dot(K, r5 - r6) + gc * np.dot(K, ((r6 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr7 = F(r7, t, p, I7) + ge * np.dot(K, r6 - r7) + gc * np.dot(K, ((r7 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr8 = F(r8, t, p, I8) + ge * np.dot(K, r7 - r8) + gc * np.dot(K, ((r8 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr9 = F(r9, t, p, I9) + ge * np.dot(K, r8 - r9) + gc * np.dot(K, ((r9 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr10 = F(r10, t, p, I10) + ge * np.dot(K, r9 - r10) + gc * np.dot(K, ((r10 - 2.0) / (1 + np.
```

```

    # Devolver el vector de derivadas de los dos neurônios
    return np.append(dr1, [dr2, dr3, dr4, dr5, dr6, dr7, dr8, dr9, dr10])

# Intervalo de integração
N = 40000
dt = 0.1
t = np.arange(0, N, dt)

# Condições iniciais
Nn = 10
r0 = np.random.uniform(0.0, 0.0, 30)

a, b, c, d = [1.0, 3.0, 1.0, 5.0]
rr, S, x0 = [0.005, 4.0, -1.6]

I0 = 1.3 # Corrente constante
I_sth = 0.7

p = [a, b, c, d, rr, S, x0]
K = np.diag([1, 0, 0]) # Matriz de acoplamento para o Neurônio 1

ge = 0.0 # acoplamento elétrico
gc = 1.0 # acoplamento químico
lambda_variavel = 5.0

fft_results_neuronio1 = []
fft_results_neuronio2 = []
fft_results_neuronio3 = []
fft_results_neuronio4 = []
fft_results_neuronio5 = []
fft_results_neuronio6 = []
fft_results_neuronio7 = []
fft_results_neuronio8 = []
fft_results_neuronio9 = []
fft_results_neuronio10 = []

# Abrir arquivo para escrever os resultados
with open(output_file, 'w') as file:
    file.write('Ruido\tSNR (dB) Neurônio 1\tSNR (dB) Neurônio 2\tSNR (dB) Neurônio 3\tSNR (dB) ')
    file.write('-' * 100 + '\n')

beta = 0.0
M = []
for i in range(len(t)):
    M.append(r0)

    I1_ruido = I0 + beta * np.random.normal(0.0, 1.0)
    I = np.array([I1_ruido, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth])

    k1 = dt * FS(r0, t[i], p, I, ge, gc, K)
    k2 = dt * FS(r0 + k1 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
    k3 = dt * FS(r0 + k2 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
    k4 = dt * FS(r0 + k3, t[i] + dt, p, I, ge, gc, K)

    r = r0 + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6.0
    r0 = r

```

```

M = np.array(M)
x1 = M[:, 0]
x2 = M[:, 3]
x3 = M[:, 6]
x4 = M[:, 9]
x5 = M[:, 12]
x6 = M[:, 15]
x7 = M[:, 18]
x8 = M[:, 21]
x9 = M[:, 24]
x10 = M[:, 27]

# Calculo do SNR do neurônio 1
D = 200 # Dimensão do trecho
Ndim=40
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x1[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR1 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 1:', SNR1)

# Calculo do SNR do neurônio 2
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x2[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR2 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 2:', SNR2)

# Calculo do SNR do neurônio 3
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x3[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR3 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 3:', SNR3)

# Calculo do SNR do neurônio 4
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x4[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR4 = Ps / Pn

```

```

print('SNR Neurônio 4:', SNR4)

# Calculo do SNR do neurônio 5
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x5[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR5 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 5:', SNR5)

# Calculo do SNR do neurônio 6
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x6[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR6 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 6:', SNR6)

# Calculo do SNR do neurônio 7
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x7[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR7 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 7:', SNR7)

# Calculo do SNR do neurônio 8
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x8[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR8 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 8:', SNR8)

# Calculo do SNR do neurônio 9
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x9[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR9 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 9:', SNR9)

```

```

# Calculo do SNR do neurônio 10
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x10[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:Ndim] ** 2)
Pn = sum(s[Ndim+1:] ** 2)
SNR10 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 10:', SNR10)

SNRdB=10*np.log10((SNR1,SNR2,SNR3,SNR4,SNR5,SNR6,SNR7,SNR8,SNR9,SNR10))
print(SNRdB)

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 1
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x1), dt))
FFT_x1 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x1))

fft_results_neuronio1.append((f, FFT_x1, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x1, color='black')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 1 com corrente {
    f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x1), color='black')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio1.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 2
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x2), dt))
FFT_x2 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x2))

fft_results_neuronio2.append((f, FFT_x2, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x2, color='red')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 2 com correntes
    f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x2), color='red')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')

```

```

plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio2.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 3
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x3), dt))
FFT_x3 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x3))

fft_results_neuronio3.append((f, FFT_x3, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x3, color='blue')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 3 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x3), color='blue')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio3.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 4
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x4), dt))
FFT_x4 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x4))

fft_results_neuronio4.append((f, FFT_x4, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x4, color='yellow')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 4 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x4), color='yellow')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()

```

```

plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio4.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 5
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x5), dt))
FFT_x5 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x5))

fft_results_neuronio5.append((f, FFT_x5, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x5, color='orange')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 5 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x5), label=f'Neurônio 5', color='orange')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio5.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 6
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x6), dt))
FFT_x6 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x6))

fft_results_neuronio6.append((f, FFT_x6, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x6, color='green')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 6 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x6), color='green')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio6_ruido={beta}.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 7

```

```

f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x7), dt))
FFT_x7 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x7))

fft_results_neuronio7.append((f, FFT_x7, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x7, color='purple')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 7 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x7), color='purple')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio7.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 8
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x8), dt))
FFT_x8 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x8))

fft_results_neuronio8.append((f, FFT_x8, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x8, color='brown')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 8 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x8), color='brown')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio8.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 9
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x9), dt))
FFT_x9 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x9))

fft_results_neuronio9.append((f, FFT_x9, beta))

```

```

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x9, color='pink')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 9 com correntes
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x9), color='pink')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio9.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 10
f = np.fft.fftfreq(len(x10), dt)
FFT_x10 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x10))

fft_results_neuronio10.append((f, FFT_x10, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x10, color='gray')
plt.title(f'\nModelo HR - Topologia Unidimensional: série temporal do Neurônio 10 com corrente:
          f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x10), color='gray')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio10.png'))
plt.show()
plt.close()

# Guardar os resultados no arquivo
with open(output_file, 'a') as file:
    file.write(f'{beta:.2e}\t{10 * np.log10(SNR1):.2f}\t{10 * np.log10(SNR2):.2f}\t{10 * np.log10(SNR3):.2f}\t{10 * np.log10(SNR4):.2f}\t{10 * np.log10(SNR5):.2f}\t{10 * np.log10(SNR6):.2f}\t{10 * np.log10(SNR7):.2f}\t{10 * np.log10(SNR8):.2f}\t{10 * np.log10(SNR9):.2f}\t{10 * np.log10(SNR10):.2f}\n')

# # Criar uma figura com 5 subplots
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18))
# plt.suptitle(f'Série temporal dos cinco neurônios com $I_0$ = {I0} e corrente inicial $I_{\{s\}}$ = {I_s}')

```

```

# f'ge = {ge} e gc = {gc} e  $\lambda = \lambda_{\text{variavel}}$  e  $\beta = \beta$ ',
# fontsize=16
# )

# # Plotar a série temporal de cada neurônio
# axs[0].plot(t, x1, color='black')
# axs[0].set_title('Neurônio 1')
# axs[0].set_ylabel('Amplitude')
# axs[0].grid(True)

# axs[1].plot(t, x2, color='red')
# axs[1].set_title('Neurônio 2')
# axs[1].set_ylabel('Amplitude')
# axs[1].grid(True)

# axs[2].plot(t, x3, color='blue')
# axs[2].set_title('Neurônio 3')
# axs[2].set_ylabel('Amplitude')
# axs[2].grid(True)

# axs[3].plot(t, x4, color='yellow')
# axs[3].set_title('Neurônio 4')
# axs[3].set_ylabel('Amplitude')
# axs[3].grid(True)

# axs[4].plot(t, x5, color='orange')
# axs[4].set_title('Neurônio 5')
# axs[4].set_xlabel('Tempo (s)')
# axs[4].set_ylabel('Amplitude')
# axs[4].grid(True)

# # Ajustar o layout para evitar sobreposição
# plt.tight_layout()

# # Salvar a figura
# plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios.png'))

# # Mostrar a figura
# plt.show()

# # Criar uma figura com subplots para as séries temporais
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18)) # 5 linhas (neurônios) x 1 coluna (série temp
# plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios -com correntes  $I_0 = I_0$  e  $I_{\{sth\}}$ 

# # Plotar séries temporais para cada neurônio
# for i, (x, color) in enumerate(zip([x1, x2, x3, x4, x5],
#                                   ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange'])):
#     axs[i].plot(t, x, color=color)
#     axs[i].axhline(y=0.7, color='red', linestyle='--', linewidth=1) # Linha pontilhada em y=
#     axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].set_xlabel('Tempo (s)')
#     axs[i].set_ylabel('Amplitude')
#     axs[i].grid(True)
# # Criar uma figura com subplots para as séries temporais
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18)) # 5 linhas (neurônios) x 1 coluna (série temp
# plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes  $I_0 = I_0$  e  $I_{\{sth\}}$ 

# # Definir cores para os neurônios
# cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
# series = [x1, x2, x3, x4, x5]

```

```

# # Plotar séries temporais para cada neurônio
# for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
#     axs[i].plot(t, x, color=color, label=f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1, label='Linha de referência')
#     axs[i].text(t[-1], 0.5, '0.5', color='red', fontsize=12, verticalalignment='bottom') # Ac
#     axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].set_xlabel('Tempo (s)')
#     axs[i].set_ylabel('Amplitude')
#     # axs[i].legend() # Adiciona legenda para cada neurônio
#     axs[i].grid(True)

# plt.tight_layout(rect=[0, 0, 1, 0.97]) # Ajusta layout para não sobrepor o título principal
# plt.show()

# # Criar uma figura com subplots para as séries temporais
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18), sharex=True) # 5 linhas (neurônios) x 1 colu
# plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes $I_0$ = {I0} e $I_{\{sth\}}$]

# # Definir cores para os neurônios
# cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
# series = [x1, x2, x3, x4, x5]

# # Plotar séries temporais para cada neurônio
# for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
#     axs[i].plot(t, x, color=color) # Plota a série temporal

#     # Linha de referência em y=0.5
#     axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1)

#     axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].set_ylabel('Amplitude')
#     axs[i].grid(True)

# # # Adicionar legenda da linha de referência mais abaixo
# # fig.legend(['Linha de referência (y=0.5)'], loc='upper center', fontsize=14, frameon=True, e

# # Ajustar espaçamento para evitar sobreposição
# plt.tight_layout(rect=[0, 0, 0.95, 0.95])

# # Criar uma figura com subplots para as séries temporais
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18), sharex=True) # 5 linhas (neurônios) x 1 colu
# plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes $I_0$ = {I0} e $I_{\{sth\}}$]

# # Definir cores para os neurônios
# cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
# series = [x1, x2, x3, x4, x5]

# # Plotar séries temporais para cada neurônio
# for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
#     axs[i].plot(t, x, color=color) # Plota a série temporal

#     # Linha de referência em y=0.5
#     axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1)

#     axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].set_ylabel('Amplitude')
#     axs[i].grid(True)

# # Adicionar legenda da linha de referência mais abaixo
# fig.legend(['Linha de referência (y=0.5)'], loc='upper center', fontsize=14, frameon=True, ed

```

```

# # Ajustar espaçamento para evitar sobreposição
# plt.tight_layout(rect=[0, 0, 0.95, 0.95])

# # Criar uma figura com subplots para as séries temporais
# fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18), sharex=True) # 5 linhas (neurônios) x 1 coluna
# plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes $I_0$ = {I0} e $I_{\{sth\}}$')

# # Definir cores para os neurônios
# cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
# series = [x1, x2, x3, x4, x5]

# # Plotar séries temporais para cada neurônio
# for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
#     axs[i].plot(t, x, color=color) # Plota a série temporal

#     # Linha de referência em y=0.5
#     axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1)

#     axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
#     axs[i].set_ylabel('Amplitude')
#     axs[i].grid(True)

# # Adicionar legenda da linha de referência abaixo do título principal
# fig.legend(['Linha de referência (y=0.5)'], loc='upper center', fontsize=14, frameon=True, edgecolor='black')

# # Ajustar espaçamento para evitar sobreposição
# plt.tight_layout(rect=[0, 0, 0.95, 0.95])

# Criar uma figura com subplots para as séries temporais

# Configuração da figura
fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 30))

# Título principal
plt.suptitle(
    f'Modelo HR - Topologia 1D: Série temporal dos neurônios com correntes $I_0$ = {I0} , $I_{\{sth\}}$ = {Isth}',
    fontsize=16,
)

# Cores para cada neurônio
cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
data = [x1, x2, x3, x4, x5]

for i, (ax, x, color) in enumerate(zip(axs, data, cores)):
    # Plotar primeiro a linha de referência (zorder=3 para ficar acima)
    ax.axhline(y=0.3, color='red', linestyle='--', linewidth=1, zorder=3)

    # Plotar os dados do neurônio
    ax.plot(t, x, color=color, linewidth=1.5, zorder=2)

    # Ajustar limites do eixo y para garantir visibilidade
    buffer = max(0.5, (max(x) - min(x)) * 0.2) # 20% do range ou 0.5
    ax.set_ylim(min(x) - buffer, max(x) + buffer)

    ax.set_title(f'Neurônio {i+1}', pad=10)
    ax.set_ylabel('Amplitude')
    ax.grid(True)

```

```

        if i == 4:
            ax.set_xlabel('Tempo (s)')

# Legenda
fig.legend(
    [plt.Line2D([0], [0], color='red', linestyle='--', linewidth=2)],
    ['Referência x(t)=0.5'],
    loc='upper center',
    bbox_to_anchor=(0.5, 0.96),
    fontsize=12,
    frameon=True,
    edgecolor='red'
)

plt.tight_layout(rect=[0, 0, 1, 0.96])

plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios1-5.png'),
            bbox_inches='tight', dpi=300)
plt.show()

# Configuração da figura
fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 30))

# Título principal
plt.suptitle(
    f'Modelo HR - Topologia 1D: Série temporal dos neurônios com correntes  $I_0 = \{I_0\}$  ,  $I_{\{i\}}$ ',
    fontsize=16,
)

# Cores para cada neurônio
colors = ['green', 'purple', 'brown', 'pink', 'gray']
data = [x6, x7, x8, x9, x10]

for i, (ax, x, color) in enumerate(zip(axs, data, colors)):
    # Plotar primeiro a linha de referência (zorder=3 para ficar acima)
    ax.axhline(y=0.3, color='red', linestyle='--', linewidth=1, zorder=3)

    # Plotar os dados do neurônio
    ax.plot(t, x, color=color, linewidth=1.5, zorder=2)

    # Ajustar limites do eixo y para garantir visibilidade
    buffer = max(0.5, (max(x) - min(x)) * 0.2) # 20% do range ou 0.5
    ax.set_ylim(min(x) - buffer, max(x) + buffer)

    ax.set_title(f'Neurônio {i+6}', pad=10)
    ax.set_ylabel('Amplitude')
    ax.grid(True)

    if i == 4:
        ax.set_xlabel('Tempo (s)')

# Legenda
fig.legend(
    [plt.Line2D([0], [0], color='red', linestyle='--', linewidth=2)],
    ['Referência x(t)=0.5'],
    loc='upper center',

```

```

        bbox_to_anchor=(0.5, 0.96),
        fontsize=12,
        frameon=True,
        edgecolor='red'
    )

plt.tight_layout(rect=[0, 0, 1, 0.96])

plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios6-10.png'),
            bbox_inches='tight', dpi=300)
plt.show()

```

Propagação em rede bidimensional com acoplamentos químico e elétrico: cinco neurônios

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Thu Mar 13 14:21:23 2025

@author: dell
"""

import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Criar a pasta para guardar as imagens se não existir
output_folder = 'output_images_com_acoplamento_com_ruido_5_neuronios_looptriangular_SNR'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

# Arquivo para guardar os resultados em formato txt
output_file = os.path.join(output_folder, 'resultados_snr_periodos_5N_snr_looptriangular.txt')

def FS(r0, t, p, I, ge, gc, K):
    # Definir la función F que calcula las derivadas de un neurônio
    def F(r, t, p, I):
        a, b, c, d, rr, S, x0 = p
        x, y, z = r

        # Calcular las derivadas del neurônio
        dx = y - a * x**3 + b * x**2 + I - z
        dy = c - d * x**2 - y
        dz = -rr * z + rr * S * (x - x0)

        return np.array([dx, dy, dz])

    # Extraer los estados de los cinco neurônios
    r1 = r0[0:3]
    r2 = r0[3:6]
    r3 = r0[6:9]
    r4 = r0[9:12]
    r5 = r0[12:15]

    # Extraer las corrientes de los cinco neurônios
    I1, I2, I3, I4, I5 = I

    # Calcular las derivadas del primer neurônio
    dr1 = F(r1, t, p, I1)
    dr2 = F(r2, t, p, I2) + ge * np.dot(K, r1 - r2) + gc * np.dot(K, ((r2 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr3 = F(r3, t, p, I3) + ge * np.dot(K, r2 - r3) + gc * np.dot(K, ((r3 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr4 = F(r4, t, p, I4) + ge * np.dot(K, r3 - r4) + gc * np.dot(K, ((r4 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr5 = F(r5, t, p, I5) + ge * np.dot(K, r4 - r5) + gc * np.dot(K, ((r5 - 2.0) / (1 + np.exp(-

    # Devolver el vector de derivadas de los cinco neurônios
    return np.append(dr1, [dr2, dr3, dr4, dr5])

# Intervalo de integração
N = 10000
dt = 0.1
t = np.arange(0, N, dt)

# Condições iniciais
Nn = 5
r0 = 0.0 * np.random.uniform(0.0, 1.0, 15)
```

```

a, b, c, d = [1.0, 3.0, 1.0, 5.0]
rr, S, x0 = [0.005, 4.0, -1.6]

I0 = 1.31 # Corrente constante
I_sth = 1.2

p = [a, b, c, d, rr, S, x0]
K = np.diag([1, 0, 0]) # Matriz de acoplamento para o Neurônio 1

ge = 0.0 # acoplamento elétrico
gc = 1.0 # acoplamento químico
lambda_variavel = 1.2

ruidos = [0.0]

fft_results_neuronio1 = []
fft_results_neuronio2 = []
fft_results_neuronio3 = []
fft_results_neuronio4 = []
fft_results_neuronio5 = []

# Abrir arquivo para escrever os resultados
with open(output_file, 'w') as file:
    file.write('Ruido\tSNR(dB) Neurônio 1\tSNR(dB) Neurônio 2\tSNR(dB) Neurônio 3\tSNR(dB) Neurônio 4\tSNR(dB) Neurônio 5\n')
    file.write('-' * 100 + '\n')

    for beta in ruidos:
        M = []
        for i in range(len(t)):
            M.append(r0)

            I1_ruido = I0 + beta * np.random.normal(0.0, 1.0)
            I = np.array([I1_ruido, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth])

            k1 = dt * FS(r0, t[i], p, I, ge, gc, K)
            k2 = dt * FS(r0 + k1 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
            k3 = dt * FS(r0 + k2 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
            k4 = dt * FS(r0 + k3, t[i] + dt, p, I, ge, gc, K)

            r = r0 + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6.0
            r0 = r

        M = np.array(M)
        x1 = M[:, 0]
        x2 = M[:, 3]
        x3 = M[:, 6]
        x4 = M[:, 9]
        x5 = M[:, 12]

    # Calculo do SNR do neurônio 1
    D = 200 # Dimensão do trecho
    A = np.zeros((D, D))
    for k in range(D):
        A[k, :] = x1[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

    u, s, vt = np.linalg.svd(A)

```

```

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 1:', SNR)

# Cálculo do SNR do neurônio 2
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x2[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR2 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 2:', SNR2)

# Cálculo do SNR do neurônio 3
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x3[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR3 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 3:', SNR3)

# Cálculo do SNR do neurônio 4
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x4[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR4 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 4:', SNR4)

# Cálculo do SNR do neurônio 5
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x5[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR5 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 5:', SNR5)

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 1
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x1), dt))

```

```

FFT_x1 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x1))

fft_results_neuronio1.append((f, FFT_x1, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x1, color='black')
plt.title(f'Neurônio 1 com ruído {beta}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x1), label=f'Neurônio 1 - ruído = {beta}', color='black')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f')
plt.title(f'Série temporal e Espectro - Neurônio 1 com ruído = {beta}')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio1_ruído={beta}'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 2
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x2), dt))
FFT_x2 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x2))

fft_results_neuronio2.append((f, FFT_x2, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x2, color='red')
plt.title(f'Neurônio 2 com ruído {beta}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x2), label=f'Neurônio 2 - ruído = {beta}', color='red')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f')
plt.title(f'Série temporal e Espectro - Neurônio 2 com ruído = {beta}')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio2_ruído={beta}'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 3
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x3), dt))
FFT_x3 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x3))

fft_results_neuronio3.append((f, FFT_x3, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x3, color='blue')

```

```

plt.title(f'Neurônio 3 com ruído {beta}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x3), label=f'Neurônio 3 - ruído = {beta}', color='blue')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f')
plt.title(f'Série temporal e Espectro - Neurônio 3 com ruído = {beta}')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio3_ruído={beta}'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 4
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x4), dt))
FFT_x4 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x4))

fft_results_neuronio4.append((f, FFT_x4, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x4, color='yellow')
plt.title(f'Neurônio 4 com ruído {beta}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x4), label=f'Neurônio 4 - ruído = {beta}', color='yellow')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f')
plt.title(f'Série temporal e Espectro - Neurônio 4 com ruído = {beta}')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio4_ruído={beta}'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 5
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x5), dt))
FFT_x5 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x5))

fft_results_neuronio5.append((f, FFT_x5, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x5, color='orange')
plt.title(f'Neurônio 5 com ruído {beta}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x5), label=f'Neurônio 5 - ruído = {beta}', color='orange')

```

```

plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f')
plt.title(f'Série temporal e Espectro - Neurônio 5 com ruído = {beta}')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, f'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio5_ruído={beta}'))
plt.show()
plt.close()

# Guardar os resultados no arquivo
# file.write(f'{beta:.5f}\t{SNR:.5f}\t{10*np.log10(SNR):.5f}\t{SNR2:.5f}\t{10*np.log10(SNR2):.5f}\n')

file.write(f'{beta:.2e}\t{10 * np.log10(SNR):.2f}\t{10 * np.log10(SNR2):.2f}\t{10 * np.log10(SNR2):.2f}\n')

# Criar uma figura com subplots para as séries temporais
fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18), sharex=True) # 5 linhas (neurônios)
plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes $I_0$ = {I0} e $I_{\text{sth}}$ = {Isth}')

# Definir cores para os neurônios
cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
series = [x1, x2, x3, x4, x5]

# Plotar séries temporais para cada neurônio
for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
    axs[i].plot(t, x, color=color) # Plota a série temporal

# Linha de referência em y=0.5
axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1)

axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
axs[i].set_ylabel('Amplitude')
axs[i].grid(True)

# Adicionar legenda da linha de referência abaixo do título principal
fig.legend([plt.Line2D([0], [0], color='red', linestyle='--', linewidth=1)],
           ['Linha de referência (y=0.5)'],
           loc='upper center',
           fontsize=14,
           frameon=True,
           edgecolor='red',
           bbox_to_anchor=(0.5, 0.95))

# Ajustar espaçamento para evitar sobreposição
plt.tight_layout(rect=[0, 0, 0.95, 0.95])
# Ajustar o layout para evitar sobreposição
plt.tight_layout()

# Salvar a figura
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios.png'))

# Mostrar a figura
plt.show()

# Criar uma figura com subplots para as séries temporais
fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 18), sharex=True) # 5 linhas (neurônios) x 1 coluna
plt.suptitle(f'Séries temporais dos cinco neurônios - com correntes $I_0$ = {I0} e $I_{\text{sth}}$ = {Isth}')

```

```

        fontsize=14) # Reduzi a fonte de 16 para 14

# Definir cores para os neurônios
cores = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
series = [x1, x2, x3, x4, x5]

# Plotar séries temporais para cada neurônio
for i, (x, color) in enumerate(zip(series, cores)):
    axs[i].plot(t, x, color=color) # Plota a série temporal

    # Linha de referência em y=0.5
    axs[i].axhline(y=0.5, color='red', linestyle='--', linewidth=1)

    axs[i].set_title(f'Neurônio {i+1}')
    axs[i].set_ylabel('Amplitude')
    axs[i].grid(True)

# Adicionar legenda da linha de referência abaixo do título principal
fig.legend([plt.Line2D([0], [0], color='red', linestyle='--', linewidth=1)],
            ['Linha de referência (y=0.5)'],
            loc='upper center',
            fontsize=12, # Reduzi a fonte da legenda
            frameon=True,
            edgecolor='red',
            bbox_to_anchor=(0.5, 0.92)) # Ajustei a posição vertical

# Ajustar espaçamento para evitar sobreposição
plt.tight_layout(rect=[0, 0, 0.95, 0.92]) # Ajustei o rect para dar mais espaço no topo

# Salvar a figura
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios.png'))

# Mostrar a figura
plt.show()

```

Autooscilação em Rede de 5 Neurônios com Acoplamento Químico

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Thu Mar 13 14:21:23 2025

import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Criar a pasta para guardar as imagens se não existir
output_folder = 'LOOP QUIMICO-SELOSCILATION'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

# Arquivo para guardar os resultados em formato txt
output_file = os.path.join(output_folder, 'resultados_snr_periodos_5N_snr_looptriangular.txt')

def FS(r0, t, p, I, ge, gc, K):
    # Definir la función F que calcula las derivadas de un neurônio
    def F(r, t, p, I):
        a, b, c, d, rr, S, x0 = p
        x, y, z = r

        # Calcular las derivadas del neurônio
        dx = y - a * x**3 + b * x**2 + I - z
        dy = c - d * x**2 - y
        dz = -rr * z + rr * S * (x - x0)

        return np.array([dx, dy, dz])

    # Extraer los estados de los cinco neurônios
    r1 = r0[0:3]
    r2 = r0[3:6]
    r3 = r0[6:9]
    r4 = r0[9:12]
    r5 = r0[12:15]

    # Extraer las corrientes de los cinco neurônios
    I1, I2, I3, I4, I5 = I

    # Calcular las derivadas del primer neurônio
    dr1 = F(r1, t, p, I1)
    dr2 = F(r2, t, p, I2) + ge * np.dot(K, r1 - r2) + gc * np.dot(K, ((r2 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr3 = F(r3, t, p, I3) + ge * np.dot(K, r2 - r3) + gc * np.dot(K, ((r3 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr4 = F(r4, t, p, I4) + ge * np.dot(K, r3 - r4) + gc * np.dot(K, ((r4 - 2.0) / (1 + np.exp(-
    dr5 = F(r5, t, p, I5) + ge * np.dot(K, r4 - r5) + gc * np.dot(K, ((r5 - 2.0) / (1 + np.exp(-

    # Devolver el vector de derivadas de los cinco neurônios
    return np.append(dr1, [dr2, dr3, dr4, dr5])

# Intervalo de integração
N = 10000
dt = 0.01
t = np.arange(0, N, dt)

# Condições iniciais
Nn = 5
r0 = np.random.uniform(0.0, 1.0, 15)
```

```

a, b, c, d = [1.0, 3.0, 1.0, 5.0]
rr, S, x0 = [0.005, 4.0, -1.6]

I0 = 0.0 # Corrente constante
I_sth = 1.30

p = [a, b, c, d, rr, S, x0]
K = np.diag([1, 0, 0]) # Matriz de acoplamento para o Neurônio 1

ge = 0.0 # acoplamento elétrico
gc = 1.0 # acoplamento químico
lambda_variavel = 1.0

ruidos = [0.0]

fft_results_neuronio1 = []
fft_results_neuronio2 = []
fft_results_neuronio3 = []
fft_results_neuronio4 = []
fft_results_neuronio5 = []

# Abrir arquivo para escrever os resultados
with open(output_file, 'w') as file:
    file.write('Ruido\tSNR(dB) Neurônio 1\tSNR(dB) Neurônio 2\tSNR(dB) Neurônio 3\tSNR(dB) Neurônio 4\tSNR(dB) Neurônio 5\n')
    file.write('-' * 100 + '\n')

    for beta in ruidos:
        M = []
        for i in range(len(t)):
            M.append(r0)

            I1_ruido = I0 + beta * np.random.normal(0.0, 1.0)
            I = np.array([I1_ruido, I_sth, I_sth, I_sth, I_sth])

            k1 = dt * FS(r0, t[i], p, I, ge, gc, K)
            k2 = dt * FS(r0 + k1 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
            k3 = dt * FS(r0 + k2 / 2.0, t[i] + dt / 2.0, p, I, ge, gc, K)
            k4 = dt * FS(r0 + k3, t[i] + dt, p, I, ge, gc, K)

            r = r0 + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6.0
            r0 = r

        M = np.array(M)
        x1 = M[:, 0]
        x2 = M[:, 3]
        x3 = M[:, 6]
        x4 = M[:, 9]
        x5 = M[:, 12]

    # Calculo do SNR do neurônio 1
    D = 200 # Dimensão do trecho
    A = np.zeros((D, D))
    for k in range(D):
        A[k, :] = x1[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

    u, s, vt = np.linalg.svd(A)

```

```

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR1 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 1:', SNR1)

# Cálculo do SNR do neurônio 2
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x2[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR2 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 2:', SNR2)

# Cálculo do SNR do neurônio 3
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x3[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR3 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 3:', SNR3)

# Cálculo do SNR do neurônio 4
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x4[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR4 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 4:', SNR4)

# Cálculo do SNR do neurônio 5
D = 200 # Dimensão do trecho
A = np.zeros((D, D))
for k in range(D):
    A[k, :] = x5[2000 + k * D:2000 + (k + 1) * D].T

u, s, vt = np.linalg.svd(A)

Ps = sum(s[:51] ** 2)
Pn = sum(s[52:] ** 2)
SNR5 = Ps / Pn
print('SNR Neurônio 5:', SNR5)

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 1
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x1), dt))

```

```

FFT_x1 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x1))

fft_results_neuronio1.append((f, FFT_x1, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x1, color='black')
plt.title(f'\nModelo HR - topologia 2D - Auto- oscilação: série temporal do Neurônio 1 com cor
    f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x1), color='black')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio1.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 2
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x2), dt))
FFT_x2 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x2))

fft_results_neuronio2.append((f, FFT_x2, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x2, color='red')
plt.title(f'\nModelo HR - topologia 2D - Auto - oscilação: série temporal do Neurônio 2 com cor
    f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x2), color='red')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio2.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 3
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x3), dt))
FFT_x3 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x3))

fft_results_neuronio3.append((f, FFT_x3, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)

```

```

plt.plot(t, x3, color='blue')
plt.title(f'\nModelo HR - topologia 2D - Auto - oscilação: série temporal do Neurônio 3 com cor
        f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x3), color='blue')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio3.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 4
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x4), dt))
FFT_x4 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x4))

fft_results_neuronio4.append((f, FFT_x4, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x4, color='yellow')
plt.title(f'\nModelo HR - topologia 2D - Auto - oscilação: série temporal do Neurônio 4 com cor
        f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x4), color='yellow')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio4.png'))
plt.show()
plt.close()

# Plota a série temporal e o espectro do Neurônio 5
f = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(len(x5), dt))
FFT_x5 = np.fft.fftshift(np.fft.fft(x5))

fft_results_neuronio5.append((f, FFT_x5, beta))

plt.figure(figsize=(18, 6))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, x5, color='orange')
plt.title(f'\nModelo HR - topologia 2D - Auto - oscilação: série temporal do Neurônio 5 com cor
        f'$g_c$ = {gc} e $\lambda$ = {lambda_variavel}')
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')

```

```
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(f, np.abs(FFT_x5), color='orange')
plt.xlim([0.0, 1])
plt.yscale('log')
plt.ylabel('S')
plt.xlabel('f (Hz)')
plt.title('Espectro de Frequência')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Serie_temporal_e_Espectro_neuronio5.png'))
plt.show()
plt.close()

# Guardar os resultados no arquivo
with open(output_file, 'a') as file:
    file.write(f'{beta:.2e}\t{10 * np.log10(SNR1):.2f}\t{10 * np.log10(SNR2):.2f}\t{10 * np.log10(SNR4):.2f}\t{10 * np.log10(SNR5):.2f}\n')

# Configuração da figura
fig, axs = plt.subplots(5, 1, figsize=(18, 30))

# Título principal
plt.suptitle(
    f'\nModelo HR - topologia 2D-Auto-oscilação:\nSérie temporal dos neurônios com correntes $I_{\text{NaP}}$',
    fontsize=16,
)

# Cores para cada neurônio
coress = ['black', 'red', 'blue', 'yellow', 'orange']
datas = [x1, x2, x3, x4, x5]

for i, (ax, x, color) in enumerate(zip(axs, datas, coress)):
    # # Plotar primeiro a linha de referência (zorder=3 para ficar acima)
    # ax.axhline(y=0.3, color='red', linestyle='--', linewidth=1, zorder=3)

    # Plotar os dados do neurônio
    ax.plot(t, x, color=color, linewidth=1.5, zorder=2)

    # Ajustar limites do eixo y para garantir visibilidade
    buffer = max(0.5, (max(x) - min(x)) * 0.2) # 20% do range ou 0.5
    ax.set_ylim(min(x) - buffer, max(x) + buffer)

    ax.set_title(f'Neurônio {i+1}', pad=10)
    ax.set_ylabel('Amplitude')
    ax.grid(True)

    if i == 4:
        ax.set_xlabel('Tempo (s)')

# # Legenda
# fig.legend(
#     [plt.Line2D([0], [0], color='red', linestyle='--', linewidth=2)],
#     ['Referência x(t)=0.5'],
# )
```

```

#     loc='upper center',
#     bbox_to_anchor=(0.5, 0.96),
#     fontsize=12,
#     frameon=True,
#     edgecolor='red'
# )

plt.tight_layout(rect=[0, 0, 1, 0.96])

plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'Series_temporais_todos_neuronios1-5.png'),
            bbox_inches='tight', dpi=300)
plt.show()

```

Gerador de Gráficos de SNR para Acoplamento Químico e Elétrico em Redes Neurais 1D e 2D

```

# -*- coding: utf-8 -*-
"""

@author: DELL
"""

import os
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np # Importando numpy

# Criar a pasta para guardar as imagens se não existir
output_folder = 'output_images_com_acoplamento_com_ruido_5_neuronios_SNR'
os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)

# Dados de ruído e novos valores de SNR para 5 neurônios
ruído = [0.001, 0.01, 0.1, 1.0]
snr_neuronio1 = [91.02, 71.19, 51.37, 31.54]
snr_neuronio2 = [115.61, 95.83, 76.01, 56.18]
snr_neuronio3 = [139.42, 119.90, 100.15, 80.62]
snr_neuronio4 = [164.59, 145.50, 125.36, 105.55]
snr_neuronio5 = [163.79, 153.72, 105.09, 111.03]

# Criando o gráfico com uma dimensão maior
plt.figure(figsize=(12, 8)) # Tamanho aumentado para maximizar o gráfico

# Definindo escala logarítmica para o eixo x (ruído)
plt.xscale('log')

# Ajustando os limites do eixo x
plt.xlim([90e-5, 1.2]) # Ajustado para refletir a escala logarítmica

# Ajustando os limites do eixo y
plt.ylim([25, 200]) # Espaço suficiente para os rótulos de SNR

# Usando uma paleta de cores mais ampla e bem diferenciada
colors = plt.cm.get_cmap('tab10', 100) # Tab10 fornece 10 cores distintas
labels = [f'Neurônio {i+1}' for i in range(5)] # Ajustando para 5 neurônios

# Armazenar as handles para a legenda
handles = []

for i, (snr, color, label) in enumerate(zip(
    [snr_neuronio1, snr_neuronio2, snr_neuronio3, snr_neuronio4],
    colors(np.linspace(0, 1, 5)), # Gerar cores distintas
    labels)):
    line, = plt.plot(ruído, snr, marker='o', markersize=8, linestyle='--', linewidth=2, color=color)

    # Adicionando a linha à lista de handles
    handles.append(line)

    # Adicionando rótulos com os valores de SNR em cada ponto, alternando posições para evitar
    # for j, (r, s) in enumerate(zip(ruído, snr)):
    #     offset = 5 if j % 2 == 0 else -5 # Alterna a posição dos rótulos acima e abaixo do px
    #     plt.text(r, s + offset, f'{s:.2f} dB', fontsize=9, ha='center', color='black')

# Configurações do gráfico
plt.title('SNR em Função de  $\beta$  para 4 Neurônios', fontsize=12) # Tamanho do título aument
plt.xlabel('SNR', fontsize=12)
plt.ylabel('dB', fontsize=12)
plt.grid(True, which="both", ls="--", alpha=0.9)

```

```
# Ajustando a legenda para ficar dentro do gráfico no canto inferior esquerdo, usando as cores (
plt.legend(handles=handles, loc='lower left', fontsize=12, frameon=True, ncol=2)

# Ajustando o layout para dar mais espaço aos elementos do gráfico
plt.tight_layout(pad=3.0) # Aumentando o espaço ao redor

# Salvando o gráfico na pasta especificada
plt.savefig(os.path.join(output_folder, 'SNR_para_cada_neuronio_em_funcao_do_ruido.png'))

# Exibindo o gráfico
plt.show()
```

Programa de Plotagem da Distribuição Gaussiana em Torno da Corrente I

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""

@author: dell
"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm

# Parâmetros
I0 = 1.36
beta = 0.1 # Intensidade do ruído
n_samples = 10000 # Número de amostras
limite = 1.29 # Valor limite para calcular a porcentagem

def format_beta_power(beta):
    if beta == 0:
        return r'$0$' # or r'$\beta$ to 0$' for mathematical notation
    try:
        exponent = int(np.log10(beta))
        return r'$10^{'+ f'{exponent}' + r'}$'
    except (ValueError, OverflowError):
        # Fallback for very small numbers or other issues
        return f'{beta:.1e}'.replace('e-0', 'e-').replace('.0e', 'e')

# Gerar dados
I1_ruído = I0 + beta * np.random.normal(0, 1, n_samples)

# Calcular a porcentagem usando a CDF
porcentagem = norm.cdf(limite, loc=I0, scale=beta) * 100

# Plotar histograma e curva gaussiana teórica
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.hist(I1_ruído, bins=50, density=True, alpha=0.7,
         color='blue', label='Dados simulados')

# Sobrepor curva teórica
x = np.linspace(I0 - 4*beta, I0 + 4*beta, 1000)
plt.plot(x, norm.pdf(x, I0, beta), 'r-', lw=2,
         label=f'Gaussiana teórica ($I_0$=1.36, $\beta$={format_beta_power(beta)})')

# Destacar a área até 1.29
x_fill = np.linspace(I0 - 4*beta, limite, 100)
plt.fill_between(x_fill, norm.pdf(x_fill, I0, beta), color='red', alpha=0.3,
                 label=f'Área até 1.29: {porcentagem:.2f}%')

# Linha vertical no limite
plt.axvline(limite, color='green', linestyle='--',
            label=f'Limite = {limite}')

# Configurações do gráfico
plt.title('Distribuição de $I_0$ com Ruído Gaussiano', fontsize=14)
plt.xlabel('Valor da Corrente', fontsize=12)
plt.ylabel('Densidade de Probabilidade', fontsize=12)
plt.legend(fontsize=12, loc='upper left')
plt.grid(True, alpha=0.3)
plt.tight_layout()

# Mostrar o resultado numérico
```

```
print(f"Porcentagem da distribuição abaixo de {limite}: {porcentagem:.4f}%")  
plt.show()
```